

Input-Output-Analyse und Wachstumsgleichgewicht

von

Dipl.-Volkswirt Rainer Hagedorn

aus Kulm

1969



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554222_0061

Input-Output-Analyse und Wachstumsgleichgewicht

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors

der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften

(Dr. rer. pol.)

an der Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät

der Friedrich-Alexander-Universität

Erlangen-Nürnberg

vorgelegt von

Dipl.-Volkswirt Rainer Hagedorn

aus Kulm



Referent: Professor Dr. Joachim Klaus

Korreferent: Professor Dr. Manfred Neumann

Tag der mündlichen Prüfung: 23. Juli 1969

Inhaltsverzeichnis

	Seite
A. Einleitung	1
B. Gleichgewicht und Stetigkeit des Wachstums in einem Kreislaufmodell auf makroökonomi- scher Grundlage	6
I. Dynamisierung der statischen Einkommens- analyse durch Harrod	7
II. Existenz und Stetigkeit eines Wachstums- gleichgewichts	11
III. Probleme der Instabilität des Entwicklungs- pfades	15
C. Die Gleichgewichtsanalyse einfacher Input-Output- Systeme als Ausgangspunkt für eine kombinierte Betrachtung von Strukturverflechtung und Gleichgewichtswachstum	22
I. Disaggregation des gesamtwirtschaftlichen Kreislaufzusammenhangs	22
1. Die Input-Output-Analyse als Instrument zur Erfassung von Verflechtungsbeziehungen	22
2. Art und Umfang wechselseitiger sektori- aler Angebots-Nachfrage-Verflechtung	24
3. Die Übereinstimmung von Angebot und Nachfrage in allen Sektoren als Vor- aussetzung eines Kreislaufgleich- gewichts	28

II. Strukturelle Verflechtung im statischen System	33
1. Produktionsniveau und -struktur in Abhängigkeit von einer exogen determinierten Endnachfrage	33
2. Die simultane Bestimmung aller Angebots- und Nachfragegrößen in einem geschlossenen System	44
III. Das offene dynamische System	53
1. Die Einbeziehung der Investitionsverflechtung und die Entwicklung der Endnachfrage	53
2. Allgemeine Kriterien gleichgewichtiger und stabiler Entwicklungspfade	60
IV. Das geschlossene dynamische System	67
1. Die Bestimmung und Entwicklung der sektoralen Angebots-Nachfrage-Beziehungen	67
2. Kreislaufgleichgewicht und Stabilität der Entwicklung	72
D. Die Verbindung: Intra- und intersektorale Verflechtung im gleichgewichtigen Wachstum	74
I. Disaggregation eines Wachstumsmodells vom Typ Harrods durch die dynamische Input-Output-Analyse	74
1. Fragestellung	74
2. Das Modellsystem	80
3. Reduktion der Untersuchung auf ein Zweisektormodell	85

II. Ein offenes dynamisches Input-Output-Modell mit wechselseitiger Verflechtung als Ausgangsbasis	89
1. Der Akzelerator als Investitionsfunktion	89
2. Höhe und Entwicklung der Endnachfrage	93
3. Formulierung und Lösung des Modells	95
4. Allgemeine Kriterien zur Charakterisierung der sektoralen Wachstumspfade	106

III. Modifikation der allgemeinen intersektoralen Interdependenz unter dem Aspekt der vertikalen Produktionsverflechtung	116
1. Einschränkung der Verflechtungsbeziehungen	116
2. Formulierung und Lösung des Systems	120
3. Voraussetzungen eines stetigen und stabilen Gleichgewichtswachstums in den Sektoren	127

IV. Kreislaufmäßige Schließung des Modells durch endogene Bestimmung der Endnachfrage	141
1. Erweiterung der Gleichgewichtsanalyse	141
2. Formulierung und Lösung des geschlossenen Systems	143
3. Kriterien zur Bestimmung der kurz- und langfristigen Entwicklung in den Sektoren	147
4. Voraussetzungen eines stetigen und stabilen Wachstumsgleichgewichts	156

E. Die Wachstumswirkungen der intersektoralen Verflechtung	169
--	-----

Anhang I - X	173
--------------	-----

Literaturverzeichnis	IV
----------------------	----

Symbolverzeichnis

a	= Matrix der Koeffizienten a_{ik}
a_{ik}	= Verflechtungskoeffizienten der Intermediärnachfrage zwischen den Sektoren i und k
A	= Koeffizientensatz
A_{ik}	= Koeffizienten der Inversen der Matrix $(I-a)$
b	= Akzeleratorkoeffizient
b_{ik}	= Verflechtungskoeffizienten der Investitionsnachfrage zwischen den Sektoren i und k
B	= Koeffizientensatz
c_{ik}	= Niveauelementen der homogenen Lösung eines Gleichungssystems
C	= Koeffizientensatz
$C_i(t)$	= Endnachfrage nach Gütern des Sektors i in Periode t
C_r	= Gleichgewichtsakzelerator im Harrod-Modell (= b)
I	= Einheitsmatrix
J_i	= Investitionsnachfrage nach Gütern des Sektors i
k	= Konsumquote
$K_{ik}(t)$	= Bestand des Sektors k an Kapitalgütern des Sektors i in Periode t
L_1, L_2	= Koeffizienten- und Faktorsätze
m, n	= Anzahl der im System endogen erfaßten Sektoren ($m = n-1$)
r_i, s_i	= Niveauelementen der partikulären Lösung eines Gleichungssystems (mit Anfangswerten)
R_i, S_i	= r_i, s_i ohne Anfangswerte
s	= Sparquote
v	= Proportionalitätsfaktor
w_i	= Wachstumsrate der Endnachfrage C_i
w_X	= Wachstumsrate der gesamten Bruttoproduktion
w_{X_i}	= Wachstumsrate der Bruttoproduktion im Sektor i
w_Y	= Wachstumsrate der gesamten Nettoproduktion
w_{Y_i}	= Wachstumsrate der Nettoproduktion im Sektor i

- x_{ik} = Intermediärnachfrage des Sektors k nach Gütern des Sektors i
 $X_i(t)$ = Bruttoproduktion des Sektors i in Periode t
 $Y(t)$ = Gesamter Nettoproduktionswert in Periode t
 $Y_i(t)$ = Nettoproduktionswert des Sektors i in Periode t
 γ_i = Wachstumsfaktor der Endnachfrage im Sektor i
 δ_i = Entwicklungsfaktoren (Wurzeln) der homogenen Lösung eines Gleichungssystems
 $\alpha_i = 1 - \frac{1}{\gamma_i}$
 $\beta_i = 1 - \frac{1}{\delta_i}$

A. Einleitung

Ähnlich wie Keynes mit seiner Einkommens- und Beschäftigungstheorie hat Harrod mit seinen wachstumstheoretischen Überlegungen das ökonomische Denken in den letzten Jahrzehnten besonders nachhaltig beeinflusst. Fast zu gleicher Zeit, in der Harrods erste Veröffentlichung zu diesem Problemkreis erschien, entwickelte Leontief das inzwischen weit verbreitete Instrument der Input-Output-Analyse zur empirischen Untersuchung struktureller Verflechtungsbeziehungen. Zu beiden Problembereichen ist inzwischen eine Vielzahl von zum Teil sehr kritischen Diskussionen, aber auch Verbesserungs- und Erweiterungsvorschlägen erschienen. Dennoch lief die Weiterentwicklung der Makromodelle (insbesondere durch Einbeziehung und Verfeinerung der produktionstheoretischen Annahmen) einerseits und diejenige der Input-Output-Analyse (vor allem unter dem Aspekt der Dynamisierung) andererseits vielfach lediglich nebeneinander her, ohne sich in erkennbarem Maße gegenseitig zu befruchten.

Die Entwicklung von äußerst komplexen Multisektorenmodellen und die abstrakte Diskussion von Gleichgewichts- und Stabilitätsproblemen wurde zwar in jüngster Zeit auf dem Gebiet dynamischer Input-Output-Modelle besonders vorangetrieben, vermag jedoch nicht die zugrunde liegenden ökonomischen Sachverhalte und Interdependenzen überschaubar darzustellen und damit der Wirtschaftspolitik Hinweise bzw. konkrete Anhaltspunkte zu geben. Sie artet vielfach in "playometrics" (R. Frisch) aus.

Harrods Überlegungen bezüglich eines gleichgewichtigen und stabilen Wachstums der Wirtschaft haben dagegen auch heute noch aktuelle Bedeutung, vor allem soweit in ihnen wachstumspolitische Ansatzpunkte für eine effiziente Kontrolle von Konjunkturausschlägen enthalten sind.

Dafür sind jedoch zusätzlich genauere Informationen über die strukturellen Voraussetzungen einer im Gleichgewicht wachsenden Wirtschaft nötig. Die vorliegende Arbeit hat zum Ziel, durch Disaggregation eines Modells vom Typ Harrods mit der Input-Output-Analyse diejenigen Bedingungskonstellationen der intersektoralen Angebots-Nachfrage-Verflechtung aufzuzeigen, die mit einem Expansionsgleichgewicht der Gesamtwirtschaft kompatibel sind. Bezogen auf das Existenz- und Instabilitätstheorem in Harrods Wachstumsüberlegungen stellen sich damit zwei Fragen:

- (1) Welche Modifikationen macht die Berücksichtigung struktureller Verflechtung hinsichtlich der Voraussetzungen für die Existenz eines Expansionsgleichgewichts der Gesamtwirtschaft erforderlich?
- (2) Inwieweit kann die disaggregierte Analyse der Angebots-Nachfrage-Beziehungen einzelner Teilbereiche der Gesamtwirtschaft zu einer Verschärfung bzw. Abschwächung der Instabilitätsthese führen?

Auf beide Fragestellungen vermag eine kombinierte Betrachtung von struktureller Interdependenz und makroökonomischem Wachstumsgleichgewicht und die Ermittlung und Abgrenzung bestimmter Verhaltens- und Verflechtungskonstellationen Antwort zu geben. Eine strukturelle Aufgliederung des Wachstumsmodells von Harrod bleibt notwendig unzureichend hinsichtlich strukturpolitischer Schlußfolgerungen im Interesse einer möglichst störungsfreien Entwicklung, solange sich die Analyse auf Netto-Produktions-Werte beschränkt. Die Input-Output-Analyse geht als Instrument zur Darstellung der wechselseitigen wirtschaftlichen Verflechtung darüber hinaus, indem sie auch die Vorleistungsströme zwischen den erfaßten Sektoren als wichtige Determinanten der sektoralen wie gesamtwirtschaftlichen Entwicklung voll berücksichtigt.

Dynamische Input-Output-Modelle, die zusätzlich zur Intermediär-Verflechtung die Interdependenz der Investitionsnachfrage zwischen den einzelnen Sektoren enthalten, sind jedoch in Form von Multisektoren-Modellen in der Regel zu kompliziert, um allgemein gültige Schlüsse und einfache Zusammenhänge ableiten zu können (Bombach). Eine gewisse Zwischenstellung zwischen den beiden "Extremen", den Makro-Modellen vom Typ Harrods und Domars und den Multi-Sektor-Modellen der dynamischen Input-Output-Analyse, nehmen die funktional disaggregierten Zweisektor-Modelle ein, die auf der Marx'schen Unterscheidung in Kapital- und Konsumgüterproduktion beruhen. Ein derartiges Modell bildet auch die Grundlage der vorliegenden Untersuchung, womit zugleich ein möglichst hoher Grad an Überschaubarkeit der im System enthaltenen Verflechtungsbeziehungen gewahrt wird.

Der Rahmen der globalen Kreislaufbetrachtung erweitert sich damit auf die Beziehungen von Angebot und Nachfrage innerhalb und zwischen den beiden Bereichen der Kapitalgüter- und Konsumgüterherstellung. Diese Interdependenz hat entscheidenden Einfluß auf das Wachstum nicht nur der Gesamtwirtschaft, sondern auch der betrachteten Bereiche. Ein Zweisektor-Modell, das diese Verflechtung berücksichtigt, vermag daher prinzipiell auch ihre Bedeutung für ein möglichst störungsfreies, stetiges Wachstum (mit konstanter Rate) zu klären.

Unter diesem Aspekt wird ein Expansionsgleichgewicht, wie es Harrod seinen wachstumstheoretischen Überlegungen zugrunde legt, im Teil B dieser Arbeit beschrieben. Die Ableitung eines durch Gleichgewicht charakterisierten Wachstumspfades bietet wesentliche Informationen nicht nur über die - teilweise sehr restriktiven - Voraussetzungen, sondern auch über mögliche, wenn auch oft sehr begrenzt aussagefähige, Funktionalzusammenhänge und damit wichtige wirtschaftspolitische Anhaltspunkte.

Wie eine genauere Untersuchung des Harrodschen Instabilitätstheorems und der sich daran anschließenden Diskussion zeigt, hat Harrod seinen Überlegungen zum Teil sehr rigorose Annahmen zugrunde gelegt; einmal durch sein Konzept des repräsentativen Unternehmers, zum anderen durch die "zeitlose", d. h. keinen Unterschied zwischen kurz- und langfristigem Aspekt berücksichtigende Gleichgewichtsanalyse.

Diese Unterscheidung kann eine wesentliche Rolle bei der Beurteilung der Stabilität von Wachstumsgleichgewichten in disaggregierten Modellen spielen. Das wird deutlich bei einer Gleichgewichtsanalyse einfacher Input-Output-Systeme, wie sie im anschließenden Teil C erfolgt. Daneben kann die Art der Bestimmung der Konsumnachfrage (offenes oder geschlossenes System) die Stabilitätseigenschaften eines Wachstumsmodells wesentlich beeinflussen.

Die detaillierte Untersuchung und Darstellung der strukturellen Voraussetzungen einer gleichgewichtigen und stabilen Expansion erfolgt im Teil D dieser Arbeit. Die Uminterpretation der zunächst als rein technisch bedingt angesehenen Koeffizienten zu Ausdruckswerten eines unternehmerischen Nachfrageverhaltens läßt die Übertragung der Fragestellung eines makro-ökonomischen Gleichgewichts im Harrod-Sinn auf ein disaggregiertes Modell zu und ermöglicht zugleich die Unterstellung sektorspezifisch differenzierter Verhaltensannahmen (erster und zweiter Abschnitt von Teil D).

Das als Ausgangsbasis gewählte dynamische Zweisektoren-Modell erfährt im folgenden dritten Abschnitt dieses Teils, der tatsächlichen Interdependenz zwischen Kapitalgüter- und Konsumgüter-Bereich Rechnung tragend, bestimmte Modifikationen, die wesentlich zur Vereinfachung der Zusammenhänge und der Ableitung von Kriterien für ein kurz- wie langfristig stabiles Wachstum beitragen. Um isoliert den Ein-

fluß einer autonomen, modellunabhängigen Nachfrageentwicklung auf das Wachstum und die Stabilität desselben in beiden Sektoren zur Diskussion zu stellen, wird zunächst ein offenes System behandelt. Auch die sich anschließende kreislaufmäßige Schließung durch eine einfache Konsumfunktion Keynes'schen Typs im letzten Abschnitt dieses Teils ist darauf gerichtet, diejenige Konstellation von Verflechtungskoeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage zu ermitteln, die ein gleichgewichtiges und stetiges Wachstum der Produktion in beiden Bereichen ermöglicht.

Dabei stellt sich heraus, daß nicht nur die Angebots-Nachfrage-Verflechtung zwischen beiden Sektoren, sondern darüber hinaus das Verhältnis ihrer Brutto-Produktionswerte von entscheidender Bedeutung für die Höhe und Stabilität des Wachstums sind. Sie können nur solange außer Betracht bleiben, wie bestimmte Anforderungen bezüglich eines erwünschten Wachstumspfadcs in beiden Bereichen und der Gesamtwirtschaft nicht gestellt werden. Stetigkeit des Wachstums (konstante Wachstumsrate) ist überdies nur dann gesichert, wenn beide Sektoren mit der gleichen und konstanten Rate expandieren.

Ein Überblick über die einzelnen Schritte der Untersuchung läßt erkennen, daß die Existenz eines Expansionsgleichgewichts der Gesamtwirtschaft auch in einem strukturell disaggregierten Modell an bestimmte Voraussetzungen der sektoralen Interdependenz geknüpft ist. Sie vermag jedoch zugleich, und das ist ein wesentliches Ergebnis der Analyse, eine wichtige Stabilisatorfunktion bei der Erhaltung des gleichgewichtigen Wachstums zu übernehmen.

B. Gleichgewicht und Stetigkeit des Wachstums in einem
Kreislaufmodell auf makroökonomischer Grundlage

I. Dynamisierung der statischen Einkommensanalyse durch
Harrod

Harrods Überlegungen sind im Rahmen der Wachstumstheorie ein typisches Beispiel für die Analyse der Voraussetzungen einer stetigen und stabilen Entwicklung ohne explizite Berücksichtigung der strukturellen Verflechtung zwischen den einzelnen Teilbereichen der Wirtschaft. Die Konzeption seiner Wachstumstheorie, die nach Harrod über rein technische Beziehungen hinaus vielfach auf die Verhaltensweisen der Wirtschaftssubjekte zurückgreift, ist durch drei wesentliche Fragestellungen gekennzeichnet: Erstens die kreislauftheoretische Erweiterung der statischen Gleichgewichtsanalyse von Keynes auf eine wachsende Wirtschaft; zweitens die Einbeziehung eines repräsentativen unternehmerischen Investitionsverhaltens als entscheidende Reaktionsgröße; drittens die Frage nach der Stabilität eines einmal erreichten gleichgewichtigen Wachstumspfad der Gesamtwirtschaft unabhängig von der Entwicklung in einzelnen Teilbereichen.

Etwas anders als Bombach sieht Harrod das Wesen der dynamischen Analyse darin, nicht die absoluten Werte bestimmter makroökonomischer Aggregate im Zeitverlauf zu ermitteln, sondern ihre relativen Veränderungen in einem gegebenen Zeitraum. "In Dynamics as I conceive it dating is no more necessary than in Statics."¹⁾ Während in der statischen

1) Harrod, R. F., (2), Seite 10; (Harrod lehnt aus diesem Grunde auch die Berücksichtigung verschiedener lags und ihrer Wirkungen im Wachstumsprozeß ab. (Vgl. Harrod, R. F., (2), Seite 13) Vgl. dazu Bombach, G. (1), Seite 782: "Die Analyse des gleichgewichtigen Wachstums liegt methodisch zwischen (→) Statik und Dynamik." Siehe auch Oppenländer, K. H., Seite 40. Zur berechtigten Kritik an dieser Grundthese Harrods vgl. Allen, R.G.D., Seite 184 ff.

Analyse bestimmte Fundamentalbedingungen als gegeben und bekannt vorausgesetzt werden, können sich diese Bedingungen unter dynamischem Aspekt verändern, und damit Änderungen der gesuchten Größen (Variablen) erklärt (nicht nur festgestellt) werden.¹⁾ Entsprechend dieser These fragt Harrod nicht wie Keynes nach der Höhe des Volkseinkommens, bei dem Gleichgewicht zwischen den absoluten Größen Ersparnis und Investition herrscht, sondern nach der Zuwachsrate des Volkseinkommens, die zur Induzierung des Investitionsvolumens notwendig ist, das genau das Sparvolumen absorbiert.²⁾ Das Wachstum ist damit die entscheidende und für Harrod einzige Determinante der Investitionstätigkeit der Unternehmer.

Anders als Domar, der sich darauf beschränkt, die Bedingungen zur Aufrechterhaltung eines einmal erreichten gleichgewichtigen Wachstums zu formulieren, fragt Harrod nicht nur nach dem Zustandekommen bzw. der Existenzmöglichkeit eines derartigen Gleichgewichts, sondern zusätzlich nach der Stabilität eines stetigen Wachstums auf der Basis gegebener Verhaltensweisen der Wirtschaftssubjekte.³⁾ Das Keynesische System des Investitionsmultiplikators erfährt somit eine Erweiterung durch die Formulierung einer Investitionsfunktion auf der Basis der Akzeleratorhypothese.

1) Vgl. dazu Harrod, R. F., (2), Seite 4 und Leontief, W., (1), Seite 53.

2) Rose, K., (3), Seite 200.

3) Vgl. dazu insbesondere Bombach, G., (1), Seite 776 ff. und Rose, K., (3), Seite 197 ff. Hierin liegt zugleich ein wesentlicher Unterschied zur Wachstumskonzeption Domars, der offensichtlich den Zusammenhang zwischen Investition und Wachstum der Produktion als ein "produktionstheoretisches Zurechnungsverhältnis" auffaßte. Der marginale Kapitalkoeffizient ist in diesem Fall eine rein technisch determinierte Konstante. Vgl. dazu ausführlicher Neumann, M., Seite 14 ff.

Da nach Harrod die geplante Ersparnis in einer Periode immer realisiert wird, und da entsprechend Keynes $J_{ex\ post} = S_{ex\ post}$ ist, herrscht Gleichgewicht nur dann, wenn die geplante Investition der realisierten Investition entspricht.¹⁾ Die Höhe der geplanten Investition ist jedoch weitgehend abhängig von einem bestimmten unternehmerischen Verhalten auf der Basis von Produktionsänderungen.²⁾ Niveauabhängige Ersparnis und wachstumsabhängige Investition müssen sich folglich im Gleichgewicht befinden. Die Gleichung

$$w_Y \cdot b = s,$$

die nach Harrod Wachstum im Gleichgewicht charakterisiert, "expresses the condition in which producers will be content with what they are doing".³⁾ Da Harrod sowohl die Sparneigung als auch den Akzelerator-Koeffizienten⁴⁾ als Ausdruck gegebener Verhaltensweisen betrachtet, gibt es nur eine einzige Wachstumsrate, die eine Expansion im Gleichgewicht garantiert und die "will give satisfaction and

-
- 1) Von der entgegengesetzten Hypothese, daß die geplante Investition immer realisiert wird, die Sparquote also die Anpasserrolle übernimmt, geht Samuelson aus. Vgl. Samuelson, P., (1), Seite 75 bis 78 und Alexander, S. S., Seite 730.
 - 2) Anderer Auffassung ist Higgins, der nicht nur in Domars Produktivitätsgröße, sondern auch in Harrods Akzelerator-Beziehung keine Erklärung für unternehmerische Investitionsentscheidungen sieht. Higgins, B., Seite 267.
 - 3) Harrod, R. F., (2), Seite 81. Ähnlich äußert sich auch Baumol, W., (1), Seite 38 f. Nach Hamberg spricht für diese These Harrods auch die Formulierung seiner Sparfunktion ohne jede zeitliche Verzögerung. Der tiefere Grund hierfür ist jedoch in der Annahme Harrods zu suchen, daß die Unternehmer in ihren Investitionsentscheidungen die volle Anpassungslast tragen. Vgl. dazu Hamberg, D., Seite 66 f.
 - 4) Zur Bedeutung dieses Koeffizienten vgl. Harrod, R. F., (2), Seite 82. - Zum Problem der Konstanz des Kapitalkoeffizienten, oder - wie Harrod es nennt - der unverändert langen Produktionsumwege bei konstantem Zinssatz und neutralem technischen Fortschritt vgl. Rose, K., (3), Seite 229 und Neumann, M., Seite 21 ff.

lead to its own perpetuation".¹⁾ Sie bestimmt dasjenige Niveau der Produktion in jeder Periode, das die Unternehmer zufriedenstellt und daher keine Veranlassung zur Revision ihrer auf der Basis der unterstellten Verhaltensweisen getroffenen Entscheidungen bietet.

Eine saubere Trennung zwischen kurz- und langfristiger Analyse ist dabei aufgrund vielfacher Wechselbeziehungen nicht möglich. Harrod führt dies auf die "grundlegende dynamische Antinomie", wie er die Formulierungen seiner Spar- und Investitions-Funktion bezeichnet, zurück:²⁾

- (1) Die Höhe der geplanten Ersparnis - sowohl kurz- als auch langfristig - ist primär, wenn auch nicht allein, abhängig von dem Realeinkommensniveau.
- (2) Die Höhe der e r f o r d e r l i c h e n Ersparnis (= geplante Investition) - sowohl kurz- als auch langfristig - ist primär, wenn auch nicht allein, abhängig von dem Realeinkommenswachstum.³⁾

Harrod kommt in seiner Untersuchung zu dem paradox erscheinenden Schluß, daß zwecks Absorption einer erhöhten Produktionskapazität aufgrund einer positiven Ersparnis, dh. positiven Netto-Investition, notwendig noch mehr investiert werden muß, und zwar in Abhängigkeit von der durchschnittlichen Sparneigung und der marginalen

1) Harrod, R. F., (2), Seite 82.

2) Vgl. dazu Harrod, R. F., (3), Seite 262.

3) Zur Ablehnung der rein konsuminduzierten Investitionen vgl. Baumol, W., (1), Seite 40.

Kapitalproduktivität. 1) 2) Diese beiden Faktoren, die Sparquote und die marginale Kapitalproduktivität, sind für Harrod zugleich Ursache und Ausdruck der wachstumsrelevanten Verhaltensweisen der Wirtschaftssubjekte. Sie sind die entscheidenden Determinanten für die absolute Höhe sowie das Verhältnis von Angebot und Nachfrage in der Gesamtwirtschaft und entscheiden damit über Existenz und Stabilität eines Expansionsgleichgewichts, wie auch über die Höhe der entsprechenden Wachstumsrate.

-
- 1) Vgl. dazu Hamberg, D., Seite 39 und Rose, K., (3), Seite 200. Hier setzt auch die Kritik Harrods an der "General Theory" von Keynes an, in der er Keynes vorwirft, daß zwar sein Instrumentarium und sein Vorgehen dem Wesen nach statisch sei, die Berücksichtigung einer positiven Ersparnis jedoch eine dynamische Analyse erfordere. Keynes vernachlässige aber Existenz und Einfluß des Akzelerationsprinzips bzw. der Kapitalproduktivität. Harrod, R. F., (2), Seite 11 ff.
 - 2) Aufgrund der Beschränkung der Wachstumsanalyse auf die akzeleratorinduzierten Investitionen können nur die Zuwächse an Produktionskapazität erfaßt werden, die ausschließlich Ergebnis dieser Investitionen sind. Eine zusätzliche Berücksichtigung autonomer Investitionen und ihres Kapazitätseffektes hätte eine Verringerung der Akzeleratorwerte und einen entsprechend höheren Wert des erforderlichen Einkommenswachstums zur Folge, um die durch die induzierten Investitionen erhöhten Kapazitäten auslasten zu können. Vgl. Harrod, R. F., (2), Seite 78 f. und Hamberg, D., Seite 44 f.

II. Existenz und Stetigkeit eines Wachstumsgleichgewichts

Die Existenz eines Gleichgewichtswachstums ist nach Harrod abhängig von der Fähigkeit der Unternehmer, ihr Investitionsverhalten der Entwicklung von zwei Fundamentalvariablen, der Bevölkerungsgröße und der Arbeitsproduktivität, bei konstantem Zinssatz anzupassen.¹⁾ Positive Ersparnis bedeutet eine periodische Steigerung einer dritten fundamentalen Systemdeterminanten, der Menge des verfügbaren Kapitals, und führt notwendig, selbst wenn keiner der anderen Bestimmungsgründe Änderungen unterworfen ist, zu entsprechenden Änderungen der Werte zahlreicher anderer abhängiger Variable.²⁾ Aufgrund der Vorstellung Harrods von dem gegebenen und auch langfristig kaum veränderlichen Sparverhalten der Konsumenten bedeutet Existenz eines Gleichgewichts zwischen Spar- und Investitionsverhalten die Realisierungsmöglichkeit eines spezifisch unternehmerischen Verhaltensgleichgewichts. Langfristige Fortsetzung einer in diesem Sinne gleichgewichtigen Expansion setzt Gleichgewicht in einer bestimmten (Ausgangs-)Periode voraus.³⁾ Damit ist zugleich - bei gegebenen Verhaltensweisen - ein langfristig stetiges Wachstum, d. h. eine

1) Vgl. Harrod, R. F., (2), Seite 21.

2) Ebenda, Seite 11.

3) Ebenda, Seite 86 - Das Problem, ob die Gleichgewichtsrate tatsächlich Vollauslastung oder lediglich einen als erwünscht betrachteten Auslastungsgrad voraussetzt, ist nur im Rahmen der Ausgangssituation von Bedeutung, also für die Existenz eines Gleichgewichts. Der gleichgewichtige Wachstumspfad selbst erfordert allein die Beibehaltung des einmal als optimal unterstellten Auslastungsgrades und impliziert somit Konstanz des Akzelerators.

Vgl. dazu Hamberg, D., Seite 64, Anm. 5.

langfristig konstante Wachstumsrate, determiniert.¹⁾

Da die ex-post-Gleichheit von Investition und Ersparnis als Identität keine Gleichgewichtssituation widerzuspiegeln vermag, kann nur die Übereinstimmung geplanter Größen als Ausdruck einer unveränderten Verhaltensweise von Konsumenten und Produzenten betrachtet werden.²⁾

Auch wenn Harrod ausdrücklich die Realorientierung seines Modells betont und Realgrößen (Realeinkommens-Niveau und Realeinkommens-Wachstum) zu Hauptbestimmungsgründen der Verhaltensweisen der Wirtschaftssubjekte macht,³⁾ ist die Annahme eines konstanten Preisniveaus grundsätzlich nicht notwendig für die Ableitung von Existenz und Stabilität eines Wachstumsgleichgewichts.⁴⁾

Klaus zeigt dies am Beispiel eines verallgemeinerten Harrod-Modells, in dem nicht von der Prämisse der Preisstabilität ausgegangen wird, sondern Preisniveauperänderungen - wenn auch mit konstanter Rate - berücksichtigt werden. Gleichgültig, ob die Gleichgewichtsrates unter Nominal- oder Real-Aspekt abgeleitet wird, erfolgt eine Modifikation des ursprünglichen Ergebnisses Harrods entweder durch Inflationierung seiner Wachstumsrate (Nominal-Aspekt) oder in Form einer Deflationierung derselben (Real-Aspekt).⁵⁾ "Sowohl für die Real- wie für die Nominalseite

1) Vgl. Harrod, R. F., (2), Seite 82 und Helmstädter, E., (2), Seite 1. In gleicher Weise wird auch in dynamischen Input-Output-Systemen unter dem Aspekt des Kreislaufgleichgewichts dessen Existenz in der Ausgangssituation zur Voraussetzung für die Ermittlung des Wachstumspfades der Sektor-Outputs. Vgl. Teil D, III und IV dieser Arbeit.

2) Vgl. Hamberg, D., Seite 65 ff.

3) Vgl. Anm. 3), Seite 7.

4) Vgl. dazu Klaus, J., Seite 26 ff.

5) Vgl. Klaus, J., Seite 28.

kann eine gleichgewichtige Wachstumsrate gefunden werden, die das System unter Wahrung der realen und monetären Gleichheit von Investition und Ersparnis expandieren läßt." ¹⁾ In beiden Fällen bleiben die Erkenntnisse Harrods über Existenz und Stabilität eines Wachstums-gleichgewichts grundsätzlich unberührt.

Das bedeutet jedoch nicht, daß ein Gleichgewichts-Wachstum, obwohl Ergebnis einer Vielzahl individueller Entscheidungen, völlig gleichmäßige Entwicklung aller Teilbereiche voraussetzt. Vielmehr kann schnelleres Wachstum in einigen Bereichen durch langsames Wachstum oder gar absoluten Rückgang der Produktion in anderen Bereichen kompensiert werden. ²⁾ Den gesamtwirtschaftlichen Auswirkungen derartiger struktureller Ungleichgewichte mißt Harrod folglich keine entscheidende Bedeutung zu. Wie jedoch später noch zu zeigen sein wird, ³⁾ sind größere Wachstumsdifferenzen in den einzelnen Teilbereichen der Wirtschaft unter Zugrundelegung von Harrods Annahmen - außer in sehr langfristiger Sicht - ohne Störungen im gesamtwirtschaftlichen Wachstumsprozeß, die mit einem stetigen und gleichgewichtigen Wachstum unvereinbar sind, nicht denkbar. ⁴⁾ Die strukturellen Eigenschaften der Gesamtwirtschaft sind nicht nur für die langfristige Entwicklung, sondern auch für Gleichgewichtssituationen in den Angebots-Nachfrage-Beziehungen der Teilbereiche von entscheidender Bedeutung. ⁵⁾ Noch schwerwiegender wird dieses Problem,

1) Klaus, J., Seite 29. Dies gilt nicht in gleicher Weise für das Domar-Modell, in dem bei unveränderter Kapazitätsauslastung Preisstabilität zu einer Gleichgewichtsbedingung selbst wird. Vgl. dazu Klaus, J., Seite 25 f.

2) Vgl. Harrod, R. F., (2), Seite 76 f. und Seite 80 f., sowie Hamberg, D., Seite 64.

3) Vgl. Teil B und besonders Teil D, Abschnitte III und IV dieser Arbeit.

4) Vgl. dazu auch Fellner, W., Seite 223 ff.

5) Leontief, W., (1), Seite 62.

wenn neben der interindustriellen Investitionsverflechtung zusätzlich der laufende Intermediärbedarf und seine Wirkungen auf die sektoralen sowie gesamtwirtschaftlichen Wachstumspfade berücksichtigt werden. "The varying level of these is no doubt important, but J deliberately don't distinguish them because J believe that we are on the way to certain basic truth, which are independent of complications that have to be introduced when we seek to build up a more detailed picture of the whole process."¹⁾ Stetes gleichgewichtiges Wachstum stellt jedoch, wie im disaggregierten Modell dargelegt wird,²⁾ unter Zugrundelegung der Harrod'schen Annahmen ganz bestimmte Anforderungen an die Entwicklung der Produktionsstruktur. Darüber hinaus erfordert es fest umrissene und unveränderliche Vorstellungen der Unternehmer über ein gewünschtes (optimales) Verhältnis von Kapitalbestand zu Output sowie die Ausrichtung des Investitionsverhaltens an dieser Beziehung ("relation") auch im disaggregierten Modell.³⁾ Eine Änderung in diesen Vorstellungen wäre gleichbedeutend mit der Fixierung eines völlig neuen Gleichgewichtspfad,es, desgleichen eine Änderung des Sparverhaltens. Verbunden damit ist die Vorstellung von einem bestimmten, unveränderlichen Auslastungsgrad sowohl der vorhandenen als auch der zusätzlichen Kapazitäten. Änderungen des Auslastungsgrades hätten in gleicher Weise wie Veränderungen in den Verhaltensweisen Auswirkungen auf das Investitionsvolumen und damit auf die gleichgewichtige Wachstumsrate zur Folge.

1) Harrod, R. F., (2), Seite 80 (gesperrt von mir, R.H.)

2) Vgl. hierzu Teil D dieser Arbeit.

3) Das Investitionsverhalten wird eingehend in Teil D, Abschnitt II dieser Arbeit, diskutiert.

III. Probleme der Instabilität des Entwicklungspfades

Die Erfassung und vergleichende Analyse von drei Wachstumsraten ist in Harrods System mit zwei Stabilitätsproblemen verbunden: Einmal die sehr langfristige (säkulare) Stabilität bzw. Instabilität eines Wachstums bei Vollbeschäftigung der beiden Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit; zweitens die mehr kurzfristig orientierten (konjunkturellen) Diskrepanzen zwischen der tatsächlichen und der von den Unternehmern erwünschten wirtschaftlichen Entwicklung.^{1) 2)}

Die schwerpunktartige Betonung des unternehmerischen Verhaltens bringt es dabei mit sich, daß im Rahmen der überwiegend kurzfristigen Analyse Harrods eine konstante, von den Produzenten erwünschte Auslastung des Kapitalbestandes durchaus mit Arbeitslosigkeit vereinbar ist und als möglicher Pfad stetigen Wachstums im Sinn eines unternehmerischen (Verhaltens-)Gleichgewichts zu betrachten ist.³⁾

-
- 1) Vgl. dazu Bombach, G., (1), Seite 778. Zur Frage der Trennbarkeit kurz- und langfristiger Erscheinungen vgl. jedoch Harrods Stellungnahme in: Harrod, R. F., (3), Seite 262.
 - 2) Voraussetzung für ein sehr langfristiges Wachstum des Sozialprodukts bei optimaler Kapazitätsauslastung und Vollbeschäftigung der Arbeit ist - bei unterschiedlichen Zuwachsraten der Faktoren Kapital und Arbeit - ein hinreichender Grad an Substituierbarkeit beider im technischen Sinn. Hinzu kommen muß ein wirksamer Preismechanismus, um das Einsatz-Verhältnis jeweils den relativen Knappheiten beider Faktoren entsprechend zu steuern. Vgl. Bombach, G., (1), Seite 779. Die Notwendigkeit einer Berücksichtigung von Faktorpreisänderungen sowie die ausschließlich langfristige Sicht einer derartigen Entwicklung lassen eine eingehende Behandlung dieses Stabilitätsproblems im Rahmen der vorliegenden Fragestellung nicht zu.
 - 3) Bombach, G., (1), Seite 779. Ein gesamtwirtschaftliches Expansionsgleichgewicht im Sinne der Gleichgewichtsdynamik setzt jedoch Vollbeschäftigung aller Produktionsfaktoren voraus. Vgl. dazu Neumann, M., Seite 11 f.

Ausgangspunkt ist der Vergleich zwischen dem tatsächlichen, am Ende einer Periode realisierten Wachstum mit dem erwünschten, den unternehmerischen Produktions- und Investitionsentscheidungen zugrunde gelegten Wachstum, also zwischen ex post- und ex ante-Größen. Eine Diskrepanz zwischen beiden schließt die Existenz und damit die Realisierung eines Expansionsgleichgewichts aus. Im Gegensatz zum statischen Gleichgewicht, das nach Harrod in der Regel durch Stabilität, also Wiederholbarkeit der Kreislaufströme auf gleichem Niveau,¹⁾ gekennzeichnet ist, weist das dynamische Gleichgewicht einen extrem hohen Grad an Instabilität auf.²⁾ Grund dafür ist ein Gegensatz zwischen den jeweiligen Bedingungskonstellationen für ein statisches Gleichgewicht einerseits und ein dynamisches Gleichgewicht andererseits, da Abweichungen und Störungen im letzteren Fall statt selbstkorrigierend selbstverstärkend wirken. Harrod schreibt diesen Gegensatz insbesondere dem Wirken des Preismechanismus im Fall eines stationären Gleichgewichts zu, während im Expansionsgleichgewicht unter dynamischem Aspekt die realorientierten Verhaltensweisen und Investitionsentscheidungen der Unternehmer dominieren.³⁾ Es gibt auch keine Kräfte, die bei einer Diskrepanz zwischen dem tatsächlichen Wachstum, als Folge individueller Entscheidungen auf der Basis von 'trial and error', und dem durch die Fundamentalbedingungen geforderten Wachstum eine Korrektur der tatsächlichen Entwicklung tendenziell herbeiführen können. Im Gegenteil - zentrifugale Kräfte bewirken bei Störungen ein kumulatives Abweichen vom Gleichgewichtspfad, das nur durch Intervention von außen gehemmt und/oder verhindert werden kann.⁴⁾ Tiefere Ursache dieser Instabilität ist die von Harrod akzeptierte These des Akzelerators als äquivalenter

1) Vgl. dazu Helmstädter, E., (2), Seite 1 und Seite 3 f.

2) Harrod, R. F., (1), Seite 23 und derselbe, (2), Seite 75 und Seite 81; ferner Oppenländer, K.-H., Seite 38 f.

3) Vgl. Harrod, R. F., (1), Seite 21 ff. und derselbe (2), Seite 75 f.

4) Harrod, R. F., (2), Seite 76 ff. und Bombach, G., (1), Seite 780.

Ausdruck für eine einzel- wie auch gesamtwirtschaftliche Investitionsfunktion.¹⁾ Anpassungsprozesse im Rahmen eines größeren Entscheidungsspielraums werden durch die strikte und als konstant postulierte Akzelerator-Beziehung für die Gesamtwirtschaft ausgeschlossen.²⁾

In gleicher Weise, wie eine disaggregierte Analyse Harrods Existenztheorem bezüglich eines Expansionsgleichgewichts modifiziert, erfahren auch seine makroökonomischen Instabilitätsimplikationen bei Berücksichtigung mehrerer Teilbereiche der Gesamtwirtschaft und ihrer Interdependenz gewisse Änderungen. Diese können in zweierlei Hinsicht erfolgen: Einmal kann die strukturelle Verflechtung -

- 1) Allen zeigt hingegen in einem formalisierten Ungleichgewichtsmodell, daß die Instabilität nicht nur die Existenz eines Lags in der Investitionsfunktion, sondern auch eine bestimmte Länge desselben voraussetzt. Damit wird der von den Unternehmern bei Abweichungen vom Gleichgewicht eingeleitete Korrekturprozeß zur eigentlichen Ursache der Instabilität im Harrod-System. Vgl. Allen, R.G.D., Seite 190 ff.
Entscheidend ist in Harrods Modell die Realorientierung des Unternehmerverhaltens im Rahmen der Akzelerator-Funktion. Den Stabilisatoreffekten von Preissteigerungen in Ungleichgewichtssituationen sind vor allem durch diese Annahme enge Grenzen gesetzt. Vgl. Klaus, J., Seite 35 ff. und Seite 41 ff.
- 2) Harrod selbst ist sich über die Bedeutung der Größe C_r ($= b$) nicht im klaren. Sie ist eine Marginalgröße und bezeichnet nach Harrod die Höhe der Kapitalneubildung, die erforderlich ist zur Erzeugung der Produktion, welche die zusätzliche Konsumnachfrage infolge marginaler Einkommenszuwächse der Konsumenten (Multiplikator) befriedigen kann. Sie weist im Konjunkturzyklus Schwankungen auf und muß nicht mit dem durchschnittlichen Kapitalkoeffizienten der Gesamtwirtschaft übereinstimmen, "but as a condition of steady advance we have to assume that C_r ($= b$, R.H.) does not change over the range of income increase, that occurs during the postulated period of steady advance". Harrod, R.F., (2), Seite 84.

- im Bereich der Intermediär- wie auch der Investitionsnachfrage¹⁾ - zur Übertragung von Produktionsschwankungen in einem oder mehreren Sektoren auf die Liefersektoren der betroffenen Bereiche führen. Dies würde gleichsam eine "Infizierung" von verhältnismäßig wachstumsstabilen Sektoren durch konjunkturell empfindliche Bereiche bedeuten, wobei die Verflechtungskoeffizienten als Übertragungsmultiplikatoren wirken würden. Andererseits jedoch besteht durch die Erfassung einer Vielzahl verschiedener Nachfrageströme für die einzelnen Sektoren weitaus eher die Möglichkeit zu kompensatorischen Gegenbewegungen im Nachfrageverhalten der Abnehmersektoren. In diesem Fall wäre der Grad der Stabilität eines Expansionsgleichgewichts umso höher, je stärker der Grad der Verflechtung.²⁾

Nicht die Art und Dauer des in der Akzeleratorfunktion unterstellten lags ist in Harrods Modell entscheidend für kumulative Ungleichgewichte, sondern der als zu eng betrachtete unternehmerische Reaktionsbereich.³⁾ Der erwünschte marginale Kapitalkoeffizient als Ausdruck dieses unternehmerischen Verhaltens wird damit Schlüsselgröße für das Verständnis und die Interpretation Harrods

-
- 1) Nur diese beiden Nachfrageobjekte bilden sowohl im offenen wie im geschlossenen Input-Output-System Gegenstand von Verflechtungsbeziehungen, die in die Matrix der Angebots-Nachfrage-Verflechtung zwischen den erfaßten Sektoren eingehen. Vgl. dazu ausführlicher Teil C, Abschnitt I dieser Arbeit.
 - 2) Die Art der jeweiligen Angebots-Nachfrage-Beziehung kann darüber hinaus unter beiden Aspekten von großer Bedeutung für das Ergebnis sein. Damit befassen sich ausführlich die Abschnitte III und IV des Teils D dieser Arbeit.
 - 3) "This kind of instability has nothing to do with the effect of lags, and strikes me as more fundamental." Harrod, R. F., (2), Seite 86; vgl. dazu ferner Bombach, G., (1), Seite 780; Tinbergen, J., Seite 511 ff. und Ott, A. E., (2), Seite 214 f. sowie die Stellungnahme Harrods in: Harrod, R. F. (3), Seite 262 und Seite 269. Zur Kritik vgl. Allen, R.G.D., Seite 184 ff.

konjunktureller Instabilität.¹⁾ Aus einem Vergleich mit der entsprechenden realisierten Größe in der jeweiligen Periode, die insbesondere sämtliche Lagerveränderungen, auch an dauerhaften Konsumgütern, einschließt, folgt, daß die tatsächliche Wachstumsrate umso höher, je niedriger der tatsächliche marginale Kapitalkoeffizient, d. h. je stärker unfreiwilliger Lagerabbau ist. Ist die durch Fundamentalbedingungen und deren Einfluß auf die unternehmerischen Verhaltensweisen determinierte Gleichgewichtsrate kleiner als die tatsächliche, so ist die Höhe des tatsächlichen marginalen Kapitalkoeffizienten im Vergleich zu dem gewünschten zu niedrig. Die Unternehmer halten ihre Ausstattung mit Kapitalgütern²⁾ für zu gering und reagieren mit entsprechenden Auftragserhöhungen mit der Folge eines verstärkten Lagerabbaus und damit erhöhten expansiven Effektes.³⁾

Nach Harrod wäre es reiner Zufall, wenn die durch eine Vielzahl zum Teil unsicherer individueller Entscheidungen realisierte Wachstumsrate mit der Gleichgewichtsrate übereinstimmen würde.⁴⁾

1) Harrod, R. F., (2), Seite 85 f.; Hamberg, D., Seite 66 und Bombach, G., (1), Seite 780. Zu der These, inwieweit Änderungen der unternehmerischen Erwartungen und Verhaltensweisen bei Gleichgewichtsstörungen zur Verringerung der Instabilität des Gleichgewichtswachstums beitragen können. Vgl. Baumol, W., (2), Seite 512.

2) Hierbei handelt es sich insbesondere um das Umlaufkapital.

3) Vgl. Harrod, R. F., (2), Seite 85 f. Die geplante Investitionshöhe erweist sich als zu klein, da die tatsächliche Wachstumsrate am Ende einer Periode größer ist als die von den Unternehmern ihren Investitionsentscheidungen zugrunde gelegte Wachstumsrate der Vorperiode. Vgl. Hamberg, D., Seite 69.

4) Vgl. Bombach, G., (1), Seite 783. Anderer Auffassung ist Kaldor, N., Seite 177 bis 222.

Keine Formel ist in der Lage, Motivations- und Entscheidungsstruktur aller Unternehmer zu einem beliebigen Zeitpunkt korrekt wiederzugeben. So muß notgedrungen auf das Konzept eines Repräsentativ-Unternehmers zurückgegriffen werden.¹⁾ Dabei betont Harrod ausdrücklich die für die Wachstumsrate erhobene Forderung nach struktureller Kompensation der Produktions- und Investitionsentscheidungen aller Einzelunternehmer und die rein makroökonomisch ausgerichtete Verhaltenskonzeption seines repräsentativen Unternehmers. "He may be defined more precisely as one whose orders in response to a given current out-turn are such that the sum of the excesses of all entrepreneurs in the economy who would order more in a precisely similar situation over what he would order is equal to the sum of the shortfalls of all those who would order less."²⁾ Selbst wenn seine Postulate die Verhaltensweise dieses repräsentativen Unternehmers nicht korrekt beschreiben, ist Harrods Instabilitätshypothese um so mehr gerechtfertigt, je eher die folgenden zwei plausiblen Annahmen erfüllt sind:

- (1) Die Aufträge eines Unternehmers sind umso höher, je kleiner sein Anlage- und Umlaufkapital im Vergleich zu den laufenden Erfordernissen;

1) Den Vorwurf von Higgins, seine Gleichungen bezüglich des unternehmerischen Investitionsverhaltens seien nicht operational formuliert, weist Harrod unter Hinweis auf die zahlreichen anderen, nicht weniger unrealistischen Investitionstheorien zurück. Vgl. Higgins, B., (1), Seite 267 und Harrod, R. F., (3), Seite 272.

2) Harrod, R. F., (3), Seite 272 f.

- (2) Ein Unternehmer gibt umso mehr Aufträge, je größer der Aufwärtstrend in seiner jüngsten Produktionsentwicklung.¹⁾

Auch eine Verallgemeinerung oder Modifikation seiner Postulate führt nach Harrods Auffassung zu keinen grundsätzlichen Änderungen des Ergebnisses, sondern ist ebenfalls durch kumulative, sich selbst verstärkende Abweichungen vom Gleichgewicht charakterisiert.²⁾

Harrod sieht keine Möglichkeit, dieser Tendenz zu ent-
rinnen.³⁾ Die einzige Kompensationsmöglichkeit, die sich im Rahmen seines Systems anbietet, ist eine entsprechende Änderung im Sparverhalten der Konsumenten. Relativ hohe, wenn auch durchaus denkbare und wahrscheinliche Schwankungen der tatsächlichen Wachstumsrate müssen in diesem Fall jedoch erhebliche relative Änderungen der Sparquote induzieren - ein Vorgang, den Harrod für unwahrscheinlich und tatsächlich unmöglich hält.⁴⁾

-
- 1) Diese Annahmen beschränkt Harrod auf wachstumsinduzierte Investitionen, wobei jedoch Harrods Auffassung entsprechend unter langfristigem Aspekt auch alle "autonomen" Investitionen als induziert betrachtet werden können. Die Unterscheidung zwischen induzierten und autonomen Investitionen ist demzufolge lediglich ein Problem der Fristigkeit, also der kurz- oder langfristigen Analyse. Vgl. Harrod, R. F., (3), Seite 268 und Seite 273.
- 2) Ebenda, Seite 275.
- 3) Harrod, R. F., (2), Seite 84 f.
- 4) Derselbe, (2), Seite 86. Zur Frage der Höhe und Anpassungsmöglichkeit der Sparquote vgl. das recht instruktive Beispiel Baumols, der zu dem Ergebnis kommt, daß "it may be safely concluded that Mr. Harrod's instability principle cannot be rejected on grounds of variability of s with the level of income". Baumol, W., (2), Seite 510; ferner Hamberg, D., Seite 45 ff.; Duesenberry, J., (2), Seite 54 bis 81; sowie derselbe, (1), und Modigliani, F.

C. Die Gleichgewichtsanalyse einfacher Input-Output-Systeme als Ausgangspunkt für eine kombinierte Betrachtung von Strukturverflechtung und Gleichgewichtswachstum

I. Disaggregation des gesamtwirtschaftlichen Kreislaufzusammenhangs

1. Die Input-Output-Analyse als Instrument zur Erfassung von Verflechtungsbeziehungen

Die Input-Output-Analyse ist bisher das geeignetste Instrument, den volkswirtschaftlichen Kreislauf, dargestellt in Globalgrößen, auf Teilzusammenhänge hin zu disaggregieren.¹⁾ Ihre Anwendung auf eine fest umrissene Fragestellung, wie sie im nächsten Teil der Arbeit erfolgt, setzt die Kenntnis ihrer grundsätzlichen Fähigkeit voraus, Zusammenhänge unter dem Aspekt eines Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts zwischen den einzelnen Teilbereichen einer Gesamtwirtschaft darzustellen. Die theoretisch unbegrenzte Aufgliederungsmöglichkeit bis hin zum Walrasianischen System²⁾ wird nur begrenzt durch den zur Verfügung stehenden Umfang notwendiger statistischer Informationen. Dieser Datenmangel wird deshalb schwerwiegend, weil die Input-

-
- 1) Zum Aufbau und insbesondere den Voraussetzungen einzelner Input-Output-Systeme vgl. u. a. Leontief, W., (4); Christ, C., Seite 137 bis 169; Dorfman, R. (1), Seite 121 bis 133; Cameron, B. (1), Seite 19 bis 27; Evans, D. - Hoffenberg, M., Seite 97 bis 142; Miernyk, W. H., (1); Sambach, E. S.; Hurwicz, L., Seite 626 bis 636 sowie Platt, H. und vor allem Schumann, J.
 - 2) Die Eignung des Leontief-Systems als operationales Derivat des Walrasianischen Gleichgewichtssystems bezweifelt jedoch Kuenne, R. E., (1), Seite 323 bis 354; vgl. dazu ferner Nyblen, G., Seite 36 ff. und Platt, H., Seite 41 ff.

Output-Analyse nicht nur auf eine strukturelle Zerlegung der Netto-Größen des volkswirtschaftlichen Kreislaufs beschränkt ist, sondern ein Hauptgewicht auf die - gesamtwirtschaftlich herausaldierte - Vorleistungsströme innerhalb und zwischen den Sektoren legt. In einem disaggregierten Modell werden somit die intermediären Verflechtungsbeziehungen zwischen den Sektoren zu wichtigen Einflußfaktoren des Wachstums.

Je nach Modellkonzeption werden die Netto-Investitionen modellendogen bestimmt oder exogen vorgegeben. Ähnliches gilt für die Konsumnachfrage der Haushalte sowie andere Endnachfragekomponenten (z. B. Nachfrage des Staates und des Auslands).¹⁾ Die spezifische Annahme der Walras-Leontiefschen Produktionsfunktion macht darüber hinaus die explizite Berücksichtigung des Einsatzes von Primärfaktoren (in der Regel Arbeit) von der jeweiligen Fragestellung des Modells abhängig.²⁾

Die Kombination dieser und zahlreicher anderer Annahmen ermöglicht eine Vielzahl von Modell-Varianten, deren Ausgangsbasis jedoch in allen Fällen die kreislaufmäßigen Güter- und Leistungsströme zwischen den jeweils behandelten Bereichen der Volkswirtschaft sind.

1) Zur Ermittlung sowie modellmäßigen Behandlung unterschiedlicher Endnachfrage-Hypothesen vgl. u. a. Johansen, L., (1); Stone, R. and Brown, J. A. C., Seite 241 bis 245; Morishima, M. (2), Seite 119 ff.; Almon, C. L., (1), Seite 665 bis 678; Barnett, J., (1).

2) Aus der Fülle der zum Teil sehr kritischen Stellungnahmen zu den produktionstheoretischen Annahmen Leontiefs siehe vor allem: Cameron, B. (2), Seite 62 bis 69; Klein, L. R., (2), Seite 131 bis 136; Johansen, L., (2), Seite 157 ff.; Koopmans, T., (1), Seite 147 ff.; Arrow, K. J., Seite 155 ff.; Samuelson, P. A., Seite 142 ff. sowie Schumann, J.

Je größer die Zahl der erfaßten Bereiche (Sektoren und - in offenen Modellen - Nachfrageträger), umso mehr verliert aber das System an Überschaubarkeit. Diesem Nachteil steht jedoch, solange im Grad der Disaggregation ein vertretbarer Kompromiß zwischen Überschaubarkeit und Detailliertheit gefunden wird, der Vorteil einer tieferen Einsicht in die strukturellen Zusammenhänge der Wirtschaft und in die Entwicklung der einzelnen Bereiche im Vergleich zu anderen und zur Gesamtwirtschaft gegenüber. Da es ein "natürliches" Kriterium für die Aufteilung der Bereiche sowie für die Bestimmung abhängiger und unabhängiger Größen nicht gibt, bleibt es der jeweiligen Fragestellung überlassen, Merkmale für die Art und Zahl der Sektoraufteilung zu liefern.¹⁾

2. Art und Umfang wechselseitiger sektoraler Angebots- Nachfrage-Verflechtung

In gleicher Weise, wie die jeweilige Fragestellung eines Input-Output-Modells über die Art und den Grad der Sektor-Gliederung entscheidet, wird damit auch die Art und der Umfang der berücksichtigten Verflechtung determiniert.²⁾

1) Hinweise auf die Vielfalt der im Rahmen von Input-Output-Analysen behandelten und bearbeitungsfähigen Fragestellungen finden sich insbesondere bei: Leontief, W., (1), Seite 3 bis 53 und derselbe, (4), Seite 83 ff.; Schumann, J., Seite 273 ff.; Platt, H., Seite 111 ff.; Christ, C., Seite 137 ff.; Evans, D. - Hoffenberg, M., Seite 97 ff.; Miernyk, W. H., Seite 32 ff.; Kade, G., Seite 20 bis 80; Tilanus, C. B. - Harkena, R., Seite 94 bis 97; Adams, A. A. - Stewart, J. G., Seite 242 bis 454; Smith, H. M., Seite 132 ff.

2) Vgl. hierzu aus einer Vielzahl empirischer Untersuchungen mit zum Teil erheblichen Unterschieden in den Fragestellungen: Leontief, W., (2); Krelle, W., (1) und derselbe, (2); Artle, R.; Allen, R. L. and Watson, D. A.; Chenery, H. B. and Clark, P. G.; Bacharach, M. - Bates, J. - Stone, R.; Almon, Cl., (3); Yamada, I., Oberhauser, A., Seite 522 ff.

Im Rahmen der statischen Analyse bleiben intersektorale Investitionsströme unberücksichtigt. Die eigentliche Kernfrage befaßt sich mit der Lieferstruktur im Intermediärbereich. Grundsätzlich ermöglicht die Input-Output-Analyse die Erfassung einer vollen wechselseitigen Angebots-Nachfrage-Verflechtung. Tatsächlich muß jedoch der vertikalen Produktionsstruktur Rechnung getragen werden, so daß die Verflechtungsbeziehungen, abgesehen von der sektorinternen Input-Nachfrage, häufig einseitigen Charakter haben. Viele Sektoren werden in der Regel nicht gleichzeitig an dieselben Bereiche liefern, von denen sie ihre Vorleistungen beziehen.¹⁾

In der dynamischen Analyse gilt diese Einschränkung in gleicher Weise auch für die intersektorale Investitionsverflechtung, die zusätzlich zur Struktur des Intermediärverbrauchs hinzutritt. Gleichzeitig wird damit der theoretisch ohnehin komplexe Zusammenhang vereinfacht und der Grad an Überschaubarkeit erhöht, ohne daß die prinzipielle Erweiterungsfähigkeit der Modelle beeinträchtigt würde.

Kann die Sektorgliederung so gestaltet werden, daß jeder Sektor ein (möglichst) homogenes Gut produziert, so ist ein reines Mengen-Modell konzipierbar. Um auch bei Produktmischungen noch mit Mengengrößen rechnen zu können, müssen die mit ihren Preisen bewerteten Input-Mischungen in Mengengrößen umgerechnet werden. Leontief schlägt zu diesem Zweck vor, die physischen Einheiten, in denen gemessen werden soll, als den Betrag des jeweiligen Produktes (in Tonnen, Metern, (Stunden) zu definieren, der für eine Geldeinheit (oder auch deren Vielfaches) zu gegebenen Preisen

1) Vgl. dazu ausführlich Schumann, J., Seite 32 ff.

erhältlich ist.¹⁾ Die verschiedenen Erzeugnisse eines Sektors können so zu einem fiktiven Produkt zusammengefaßt werden, deren Mengeneinheit dem Wert einer Währungseinheit entspricht. Der Preis einer Mengeneinheit wäre damit gleich dem Wert einer Währungseinheit und die Zahl der erzeugten Mengeneinheiten gleich der der Wert-einheiten.²⁾ Obwohl in einer Reihe von Modellen Güterpreise und Preisstrukturen explizit ermittelt werden, ist ihre adäquate Erfassung selbst in der statischen Analyse noch mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden, da in der Regel ein System vollkommener Konkurrenz vorausgesetzt werden muß.³⁾ Darüber hinaus erfolgt die Bestimmung von Preisen in Form von Schattenpreisen, und zwar

- 1) Leontief, W., (1), Seite 9 f. Multipliziert man die physischen Mengenangaben mit ihren Preisen pro Einheit, so erfolgt eine Transformation in Wertgrößen. Die einzelnen Strom- wie auch Gesamt-Output-Größen erfolgen dann in Wertangaben. Eine in Wertgrößen verfaßte Input-Output-Tabelle kann als System der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung angesehen werden. Der ebenfalls in Geldeinheiten gemessene Beitrag der Haushalte, aus Arbeitsleistungen bestehend, gibt das jährliche Volkseinkommen an und ist notwendig der Gesamtsumme der Entlohnungen der Haushalte in allen Bereichen. Die Input-Koeffizienten der Struktur-(Verflechtungs-) Matrix müssen in jedem Fall als Quotienten zweier in physischen Größen gemessenen Gütermengen bzw. als gewogene Durchschnitte von Produktmischungen interpretiert werden. Vgl. dazu Leontief, W., (4), Seite 84 ff., Schumann, J., Seite 19 ff. und Stone, R., Seite 47 ff.
- 2) Um Änderungen der Mengeneinheiten allein aufgrund von Änderungen der Währungseinheiten (Kaufkraftverluste) auszuschließen, müssen Preisänderungen eliminiert werden. Schumann, J., Seite 20. Zur Frage der Preisbereinigung in Input-Output-Tabellen vgl. Freytag, G.
- 3) Z. B. in Morishima, M., (3), Seite 358 ff. und derselbe, (5), Seite 626 ff.; ferner Jaksch, H. J., (2), Seite 403 bis 418; Johansen, L., (1), Seite 38 ff.; Mc Kenzie, L. W., Seite 456 bis 462; Nyblen, G., Seite 24 ff. Zur empirischen Anwendung von Preissystemen siehe Leontief, W., (2), Seite 192 ff., zur Kritik u. a. Eckstein, O., Seite 75.

unabhängig von den tatsächlichen Produktionsmengen, und stellt insofern ein Dual zum Mengensystem dar, das kaum zur Erklärung der tatsächlichen Preisverhältnisse geeignet ist, jedoch als Norm für ihre Beurteilung unter Wettbewerbsgesichtspunkten dienen kann.¹⁾

Ungleich problematischer ist die Bestimmung derartiger Schattenpreise unter dynamischem Aspekt. Da sowohl in der statischen wie in der dynamischen Analyse der Mechanismus, mit dessen Hilfe sich tatsächlich derartige Preise bilden können, nicht zu erklären ist, sind auch Gründe für mögliche Preisänderungen und Preisstrukturverschiebungen nicht in geeigneter Form zu berücksichtigen.²⁾ Wie Schumann an einem Beispiel zeigt, ist mit der Existenz eines realistischen Produktionsmengenwachstums in den einzelnen Sektoren keineswegs eine ökonomisch sinnvolle Entwicklung des zugehörigen Systems von Schattenpreisen verbunden.³⁾

Die explizite Ermittlung von Einzelpreis- und Preisstrukturänderungen in Form von Schattenpreisen ist in einem disaggregierten Modell nicht nur mit einer erheblichen Komplizierung des Systems verbunden, sondern kann darüber hinaus auch die grundsätzliche Erkenntnis der realformulierten Verflechtungszusammenhänge verzerren.⁴⁾ Im Interesse einer möglichst unverfälschten Übernahme von Harrods

1) Schumann, J., Seite 61 f.; vgl. dazu auch Jorgenson, D.W., Seite 105 f. und Chenery, H. B. and Clark, P., S. 60 ff.

2) Vgl. dazu das System konstanter Schattenpreise in dem dynamischen Modell von Morishima, M., (3), sowie das allgemeinere System bei Solow, R., (3), das die Möglichkeit von Preisänderungen in Gestalt zeitlicher Entwicklungspfade für die Einzelpreise berücksichtigt.

3) Schumann, J., Seite 210.

4) Die Berücksichtigung von Preisniveauänderungen allein ist jedoch, wie die verallgemeinerte Form des Harrod-Modells bei Klaus zeigt, keine spezifische Voraussetzung eines Expansionsgleichgewichts und würde damit auch unter strukturellem Aspekt die Ergebnisse nicht grundsätzlich ändern. Vgl. dazu Klaus, J., Seite 25 ff.

Gleichgewichts- und Stabilitäts-Analyse auf ein disaggregiertes Modell muß daher die Möglichkeit der Bestimmung von Preisentwicklungen und Preisstrukturänderungen vernachlässigt werden, zumal die Methodik der Erfassung struktureller Verflechtungszusammenhänge und ihrer Wachstumswirkungen grundsätzlich unberührt bleibt.

3. Die Übereinstimmung von Angebot und Nachfrage
in allen Sektoren als Voraussetzung eines
Kreislaufgleichgewichts

Die Input-Output-Tabelle¹⁾ als Grundlage aller Modellkonzeptionen beruht auf zwei Arten von Beziehungen:²⁾ Einmal auf der buchhalterischen Identität, daß die gesamten Verkäufe eines Sektors gleich sind den gesamten Käufen aller anderen Sektoren (einschließlich des Eigenbedarfs) und - in offenen Modellen - der autonomen Endnachfrage nach Gütern dieses Sektors. Zum zweiten auf der technischen Relation, daß die Käufe eines Sektors (mit Ausnahme der autonomen Bereiche) von einem anderen Sektor via Produktionsfunktion abhängig sind vom Output-Niveau bzw. vom Output-Wachstum des Nachfrage-Sektors.

Die einfachen (statischen) Input-Output-Modelle setzen folglich empirisch ermittelte bzw. theoretisch angenommene

1) Zur Aufstellung, Erklärung und Auswertung von Input-Output-Tabellen als Detaildarstellungen im Rahmen der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung vgl. u. a.: Krelle, W., (1); Mertens, D. - Stäglin, R. - Wessels, H.; Bartels, H. - Hanisch, G., - Lauckner, W., (1) und dieselben, (2); Scientific Conference on Statistical Problems; Junior, G., (1); Raabe, K. H., Seite 246 ff.

2) Dorfman, R., (1), Seite 121 ff.

Werte in Beziehung miteinander, um damit Aufschluß über strukturelle Zusammenhänge der Wirtschaft in einer bestimmten Periode zu gewinnen. Durch die Beschränkung auf größere Teilbereiche der Wirtschaft nähert sich das System zwar formal dem Walrasschen Modell, es stellt jedoch in mancher Hinsicht eine Vereinfachung und Modifikation dar, um es einer empirischen Verifizierbarkeit zugänglich zu machen.¹⁾ Während Leontief die produktionstechnischen Annahmen Walras' in ihrer Grundkonzeption in die Input-Output-Analyse übernommen hat, bleiben Angebots- und Nachfragefunktionen, d. h. die Verhaltensweisen der Anbieter und Nachfrager in Abhängigkeit von allen Preisen, unberücksichtigt.²⁾ Während bei Walras die Funktionalbeziehungen zwischen Angebots- und Nachfragegrößen, d. h. Abhängigkeit der Nachfrage nach den einzelnen Gütern von den zu ihrer Erzeugung eingesetzten produktiven Diensten im Vordergrund steht, ermittelt Leontief jeden einzelnen Input-Strom - hier unterscheidet er sich wesentlich von Walras - mittels technischer Koeffizienten in Abhängigkeit von der gesamten Output-Höhe der einzelnen Sektoren. Auf diesem Wege wird das System von Input-Output-Beziehungen zu einem System von Funktionalbeziehungen zwischen sämtlichen Output-Größen der betrachteten Bereiche. Im Output-Modell ohne exogene Nachfragebereiche bleibt somit das Kreislaufsystem geschlossen, während im Modell von Walras der Zusammenhang auf die Beziehung Angebot an produktiven Diensten - Nachfrage nach Endprodukten beschränkt bleibt.³⁾ Der Übergang vom Gleichgewichtsmodell Walras' zum Leontiefschen Input-Output-Modell läßt sich leicht nachvollziehen, wenn einige spezifische An-

1) Dorfman, R., (1), Seite 121.

2) Hierin liegt zugleich ein wichtiger Grund für die Eignung der Leontief-Analyse zur Disaggregation des real-formulierten Wachstumsmodells von Harrod.

3) Platt, H., Seite 43 ff.

nahmen Walras' aufgehoben werden, andererseits jedoch der Konsumbereich in gleicher Weise wie ein anderer (Industrie-) Sektor behandelt wird. Input-Ströme dieses "Sektors" sind dann die Nachfragegrößen nach den einzelnen (Konsum-) Gütern, Output-Strom die Arbeitsleistungen. Zwischen sämtlichen Input-Strömen und der Output-Höhe (Arbeitsvolumen) besteht also nach Leontief in gleicher Weise wie in den anderen Sektoren ein linearer (proportionaler) Zusammenhang.

Werden die Walrasianischen Gleichungen als Bedingungen eines mikro-ökonomisch konzipierten Kreislaufgleichgewichts betrachtet, so kann das Input-Output-System Leontiefs an Stelle von Identitätsbeziehungen die Bedingungen eines sektoralen Kreislaufgleichgewichts der Volkswirtschaft aufzeigen, wobei für jeden Sektor (und für jede Gütergruppe) Übereinstimmung von Angebot und Nachfrage herrscht.¹⁾ Als Gleichgewichtsmodell erfordert das Input-Output-System in seiner statischen Form einen unveränderten Lagerbestand an Fertigfabrikaten und Rohstoffen. Nur dann entsprechen Verkäufe den Outputs und Käufe den Inputs der Sektoren.²⁾ Die Wertsummen der Käufe und Verkäufe jedes Sektors sind größengleich, ohne daß Bestandumschichtungen stattfinden.³⁾ Die Input-Output-Analyse eignet sich folglich in besonderer Weise für die Untersuchung der Gleichgewichtsbedingungen von disaggregierten Kreislaufmodellen, wobei zusätzlich zum Einkommenskreislauf der auf die endogenen Sektoren beschränkte Güterkreislauf des Intermediärverbrauchs erfaßt werden kann.⁴⁾

1) Platt, H., Seite 45 sowie Helmstädter, E., (5), Seite 3. In seiner statischen Version nimmt das Leontief-System dann eine Zwischenstellung zwischen der makroökonomisch konzipierten Gleichgewichtsanalyse Keynes' und der Mikro-Analyse Walras' ein.

2) Dorfman, R., (1), Seite 123.

3) Vgl. Helmstädter, E., (2), Seite 3.

4) Zu dem Problem, ob die Input-Output-Analyse überhaupt als ein Gleichgewichtssystem Walrasianischer Prägung aufgefaßt werden kann, vgl. Bombach, G., (3), Seite 335 f. und die dort angeführte Literatur.

Eine Ausdehnung der Fragestellung auf die Verbindung von Expansions- und Kreislaufgleichgewicht und damit auf Harrods Fragestellung ermöglicht die dynamische Version der Input-Output-Analyse, in der die sektorale Verteilung von Netto-Investitionen und ihre Einkommenswirkung in der Kreislaufentwicklung dargestellt wird. Dabei steht unter dynamischem Aspekt die Frage im Vordergrund, ob in einer wachsenden Wirtschaft, in der jeweils Kreislaufgleichgewicht in einer Periode herrscht, strukturelle Veränderungen fortlaufend möglich sind, oder ob diese Tatsache mit einer stetigen Entwicklung der Globalgrößen im Gleichgewicht unvereinbar ist.¹⁾ Die dynamische Input-Output-Analyse, in der neben den Intermediärströmen auch die Investitionsnachfrage der einzelnen Sektoren berücksichtigt wird, vermag hier wesentliche Erkenntnisse zu vermitteln. Das um die Investitionsverflechtung erweiterte System basiert ebenso wie die statische Analyse auf der Angebots-Nachfrage-Gleichheit für jeden sektoralen Gütermarkt. Auch hier gilt die implizite Unterstellung eines stets erfüllten Gleichgewichtszustandes unter Einschluß der Investitionen wie im makroökonomisch formulierten System Harrods. Andernfalls müßte der Auslastungsgrad der jeweils zur Verfügung stehenden Kapazitäten ständig, nach Sektoren unterschiedlichen Schwankungen unterliegen. Wie jedoch Bestandsveränderungen und statisches Kreislaufgleichgewicht, so sind auch fortwährende Wechsel des Auslastungsgrades und ständig steigende Kapazitäten im Expansionsgleichgewicht miteinander unvereinbar.²⁾

1) Vgl. dazu auch Helmstädter, E., (2), Seite 5.

2) Im Rahmen der Fragestellung einer gleichgewichtigen, im Sinn einer von den Unternehmern erwünschten Auslastung konstanten Grades soll auch von kurzfristigen Schwankungen abgesehen werden, zumal eine Berücksichtigung von Kapazitätsauslastungsänderungen methodisch keine Schwierigkeiten bereitet. Vgl. Leontief, W., (4), Seite 88 f.

Wachstumsgleichgewicht bedeutet daher in den folgenden Ausführungen nichts anderes als ein mit konstanter Rate fortlaufend expandierendes Kreislaufgleichgewicht in einer strukturell gegliederten Wirtschaft.¹⁾ Es handelt sich dann nicht mehr um unfreiwillig realisierte Bestandsveränderungen, sondern um freiwillig und absichtlich geplante und im Gleichgewicht realisierte Bestands- und Stromveränderungen im Rahmen einer wachsenden Wirtschaft.

1) Vgl. dazu auch Helmstädter, E., (2), Seite 1 ff.

II. Strukturelle Verflechtung im statischen System

1. Produktionsniveau und -struktur in Abhängigkeit von einer exogen determinierten Endnachfrage

a) Formulierung und Lösung des Systems

In gleicher Weise wie die statische Kreislaufanalyse Keynes' die Grundlage von Harrods Wachstumsüberlegungen bildet, ist die statische Input-Output-Analyse Ausgangspunkt für eine dynamische Untersuchung struktureller Entwicklungen und Voraussetzungen eines gesamtwirtschaftlichen Expansionsgleichgewichts. Sie zeigt zunächst Art und Umfang der Verflechtungsbeziehungen für ein Gleichgewicht auf sektoraler Ebene, ohne die Wachstumswirkungen positiver Nettoinvestitionen explizit zu erfassen. Untersuchungsobjekt der statischen Input-Output-Analyse ist vielmehr die strukturelle Verflechtung und die Output-Zusammensetzung einer Volkswirtschaft in stationärem Zustand, zunächst im Rahmen eines offenen Input-Output-Systems.¹⁾

Grundsätzlich ist es möglich, jeden beliebigen Sektor aus dem Interdependenzzusammenhang herauszunehmen und so ein offenes Modell zu erhalten. Da sich jedoch in erster Linie die Konsumgewohnheiten der privaten Haushalte einer technisch bedingten Einordnung in den Produktions- und Verflechtungszusammenhang der Wirtschaft

1) Ausführliche Darstellungen von Aufbau, Annahmen und Aussagewert des offenen statischen Systems finden sich unter anderem bei: Platt, H., Seite 28 ff., Schumann, J., Seite 30 ff., Krelle, W., (1), Seite 142 ff., Leontief, W., (1), Seite 17 ff., Rasmussen, P. N., Seite 34 ff. sowie Chenery, H. B. and Clark, P., Seite 22 ff.

entziehen, wird die Konsumnachfrage nach Gütern der einzelnen Sektoren als - niveaumäßig und strukturell - vorgegeben betrachtet. Darüber hinaus kann jedoch auch der Staat und/oder das Ausland für sich bzw. zusammen mit anderen Endnachfrageträgern als exogener und system-unabhängiger Bereich behandelt werden, wobei gleichzeitig die autonome Bestimmung seiner Nachfragehöhe unterstellt wird. Schließlich wird häufig die (private) Investitionsnachfrage zwecks Kapitalbildung als exogen determiniert betrachtet und dementsprechend als Bestandteil der autonomen Endnachfrage aufgefaßt. Alle genannten Komponenten können in einer einzigen Nachfrage-Größe, getrennt nach Sektoren, zusammengefaßt werden oder jeweils einzeln und sektoral getrennt ausgewiesen werden. Die Frage nach dem Kreislaufgleichgewicht stellt sich in der Ermittlung der Höhe und Struktur der Sektor-Outputs und Gesamtproduktion, die in einer Periode zur Befriedigung jeweils einer gegebenen Endnachfragegröße für jeden Sektor notwendig sind.

Die Produktion eines Sektors muß sich ohne unfreiwillige Lagerveränderungen voll auf den Intermediärbedarf der anderen Sektoren und die Endnachfrage aufteilen:

$$(II.1) \quad x_i - \sum_{k=1}^m x_{ik} - C_i = 0 \quad i = 1, \dots, m$$

Freiwillige Lagerveränderungen schlagen sich dabei in einer Änderung der Komponenten x_{ii} nieder.¹⁾

1) Da die dargestellte Beziehung als Identität ex definitione immer erfüllt ist, würden sich unfreiwillige Lagerinvestitionen in dem nicht explizit als Teil der Endnachfrage angeführten Investitionsvolumen äußern. Um dieses Problem zu umgehen, soll im folgenden die Größe C_i immer im Sinne eines geplanten Nachfragevolumens, die unfreiwillige Bestandsveränderungen ausschließt, verstanden werden.

Die für die Input-Output-Analyse charakteristische Input-Output-Relation, die sogenannte Leontief-Produktions-Funktion¹⁾ läßt sich formulieren als:

$$(II.2) \quad x_{ik} = a_{ik} X_k \quad i, k = 1, \dots, m$$

Konstanz des Koeffizienten a_{ik} bedeutet dann immer eine mit der Produktion und ihrer Entwicklung genau proportionale Höhe bzw. Entwicklung des jeweiligen Inputbedarfs.

Unter Berücksichtigung dieser Proportionalitätsbeziehung wird (II.1) zu:

$$(II.3) \quad X_i - \sum_{k=1}^m a_{ik} X_k - C_i = 0 \quad i = 1, \dots, m$$

Dieses inhomogene Gleichungssystem mit den Variablen X_i und den als gegeben unterstellten Koeffizienten a_{ik} und Nachfragekomponenten C_i besteht aus ebenso viel linearen Gleichungen wie Sektoren im System:

$$\begin{aligned} (II.4) \quad & (1-a_{11}) X_1 - a_{12} X_2 - \dots - a_{1m} X_m = C_1 \\ & -a_{21} X_1 + (1-a_{22}) X_2 - \dots - a_{2m} X_m = C_2 \\ & \quad \cdot \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \cdot \\ & \quad \cdot \quad \quad \cdot \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \cdot \\ & -a_{m1} X_1 - a_{m2} X_2 - \dots + (1-a_{mm}) X_m = C_m \end{aligned}$$

1) In der Literatur findet sich auch häufig die Bezeichnung "Produktionsfunktion vom Walras-Leontief-Typ".

oder in Matrix-Form:¹⁾

$$(II.5) \quad (I - a) X = C$$

Zur Vermeidung von unsinnigen Ergebnissen soll weiterhin unterstellt werden, daß alle Verflechtungskoeffizienten a_{ik} nicht-negativ sind, d. h. negative Input-Mengen ausgeschlossen sind. Da gleichzeitig keine negativen oder Null- Output-Mengen aus der Lösung des Systems folgen sollen, müssen die Endnachfragemengen ebenfalls positiv sein.²⁾

Unter diesen Bedingungen läßt sich das System (II.4) so lösen, daß die Sektor-Output-Mengen in Abhängigkeit von den Endnachfragekomponenten bestimmt werden:

$$(II.6) \quad X_i = \sum_{k=1}^m A_{ik} \cdot C_k \quad i = 1 \dots m$$

oder in Matrixform:

$$(II.6a) \quad X = (I - a)^{-1} \cdot C$$

1) Mit den Matrizen und Vektoren:

I = Einheits-Matrix

a = Matrix der Verflechtungskoeffizienten a_{ik}

X = Spaltenvektor der Sektorproduktionen X_i

C = Spaltenvektor der Endnachfragevolumina C_i ,

d. h. :

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad a = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix}$$

- 2) Vgl. dazu ausführlich Chenery, H. B. and Clark, P., Seite 46 ff., Evans, D., (2), Seite 58 ff., Schumann, J., Seite 32 ff. und Platt, H., Seite 36 ff.

Jeder der in der Lösung (II.6) enthaltenen Koeffizienten A_{ik} ist dabei eine Funktion aller im System (II.4) enthaltenen Verflechtungskoeffizienten der Intermediärnachfrage a_{ik} . Verglichen mit der Matrixlösung (II.6a) ist $(I-a)^{-1}$ die Matrix der in Gleichung (II.6) enthaltenen Koeffizienten A_{ik} .¹⁾ Ändert sich die Endnachfrage nach einem oder mehreren Gütern der im System erfaßten Produktionsbereiche, so hat dies bei allen mit diesen Sektoren in Verflechtungsbeziehungen stehenden anderen Bereichen, d. h. für alle betreffenden Verflechtungskoeffizienten mit positiven Werten, entsprechende Produktionsveränderungen zur Folge. Die Höhe dieses Effektes ist abhängig von der Höhe der jeweiligen Koeffizienten der Intermediärnachfrage.

Eine ähnliche Wirkung kann die Änderung der Input-Struktur eines oder mehrerer Sektoren auf die Outputmenge aller mit diesen in Verbindung stehenden Bereiche haben. Fällt beides zusammen - Änderungen in der Endnachfrage und in ein oder mehreren Inputstrukturen -, so lassen sich in getrennter Analyse Aussagen über die Wirkungen beider auf die gesamtwirtschaftliche Outputhöhe und -zusammensetzung machen und damit die Effizienz einer gezielten wirtschaftspolitischen Beeinflussung der Produktionsstruktur und/oder der Endnachfrage oder auch einer Kombination beider Maßnahmen zugleich ermitteln.²⁾

1) Vgl. hierzu Anhang I.

2) Die Eignung der Input-Output-Analyse als Mittel zur Quantifizierung der Wirkungen wirtschaftspolitischer Maßnahmen steht im Vordergrund bei Leontief, W., (3), Seite 212 ff. Holley konstruierte unabhängig von Leontief ein statisches (und dynamisches) System zur quantitativen Messung der Wirkungen eines industriellen Mobilisierungsprogramms auf die interindustrielle Entwicklung, das von der Air Force der USA verwendet wurde und dessen Modellergebnisse mit der tatsächlichen Entwicklung 1940 bis 1944 verglichen wurden. Holley, J. L., (1), Teil I, Seite 616 bis 642 und (2), Teil II, Seite 298 bis 324.

Nach Leontief können offene Systeme ein für praktische wirtschaftspolitische Fragestellungen wichtiges analytisches Hilfsmittel sein. Sie eröffnen zunächst die Möglichkeit, Input-Output-Modelle als Planmodelle zu konzipieren, um die einzelnen wie auch kumulativen Wirkungen bestimmter wirtschaftspolitischer Maßnahmen bei einer annähernd wirklichkeitsnahen Produktions- und Verflechtungsstruktur analysieren zu können.¹⁾

Eine Erweiterung der statischen zur komparativ- statischen Analyse ist dabei Voraussetzung für mehrperiodische Vergleiche, hat jedoch keine grundlegenden Änderungen der Gesamtkonzeption zur Folge. Offene Systeme sind darüber hinaus geeignet, Bereiche, deren Input-Output-Strukturen sich nur teilweise und nur unvollständig oder gar nicht auf rein technische Zusammenhänge zurückführen lassen, in den modellunabhängigen, exogen determinierten Bereich einzuordnen und ihre Nachfrage nach Gütern der anderen Sektoren als Teil der Endnachfrage zu behandeln.²⁾

1) Ein Vergleich von zwei Methoden zur Schätzung der technischen Koeffizienten der Struktur-Matrix und ihres Genauigkeitsgrades findet sich bei Briggs, F., Seite 444 bis 455.

Eine Reihe von Fehlerquellen können den Aussagewert einer Input-Output-Prognose erheblich beeinträchtigen, insbesondere wenn kumulative Verstärkungen der einzelnen Ungenauigkeiten nicht zu erkennen und vermeiden sind. Vgl. dazu vor allem Christ, C., Seite 155 ff. und Evans, D., (1), Seite 461 ff.

Auf die mit der Verwendung offener Systeme verbundenen Grenzen und Nachteile der Analyse, insbesondere die Vernachlässigung sogenannter 'feedback'-(Rückkoppelungs-)Effekte weist Smith, H. M., Seite 132 ff. hin.

2) Platt, H., Seite 30 f.

b) Gleichgewichtsbeziehungen im offenen System

Unter dem Aspekt eines Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts einer stationären Wirtschaft stellt das offene Modell die Ermittlung derjenigen sektoralen Produktionsniveaus in der Vordergrund, die einmal zur Befriedigung einer strukturell und global vorgegebenen Endnachfrage (Konsum- und Investitionsnachfrage) notwendig sind, zum anderen gleichzeitig den Bedarf der einzelnen Sektoren an Gütern und Leistungen in Form von Vorleistungen zu decken vermögen. Aus der allgemeinen Lösung, in der die Sektor-Output-Mengen als Funktionen aller sektoralen Endnachfrage-Komponenten ermittelt werden, ist ersichtlich, daß die Gleichgewichtsbeziehung derartiger offener Modelle einseitiger Art ist. Sie beschränkt sich auf die Angebots-Nachfrage-Gleichheit derart, daß sich das Angebot an Gütern und Leistungen - entsprechende Kapazitäten an Primärfaktoren (Kapitalstock, Arbeitsleistung) vorausgesetzt - einseitig an eine bestimmte Höhe einer gegebenen Endnachfrage-Struktur anzupassen hat. Eine mögliche Abhängigkeit der Endnachfrage von dem jeweiligen gesamtwirtschaftlichen Produktionsniveau (Brutto- oder Netto-Produktionswert), wie sie der Einkommensanalyse Keynes' zugrunde liegt, bleibt somit unberücksichtigt. Die Trennung der gesamtwirtschaftlichen Nachfrage in eine "systemabhängige" Intermediär- und eine "systemunabhängige" Endnachfrage führt von der einem gesamtwirtschaftlichen Kreislauf zugrunde liegenden Voraussetzung eines vollständigen Kreislaufgleichgewichts in einem System interdependenter Märkte ab. An seine Stelle tritt eine Art Zweiteilung, indem einerseits auf dem Markt der Güter der Endnachfrage und andererseits auf dem Markt der sektoralen Input-Güter, im Intermediärbereich, Gleichgewicht zwischen Angebot und Nachfrage herrschen muß. Der gesamtwirtschaftliche Kreislaufzusammenhang ist somit unterbrochen. An seinen

offenen Enden ist die Frage nach einem Gleichgewicht nicht mehr möglich. Endnachfrage-Niveau und gesamtwirtschaftliche Produktion können daher (alternativ) Größenverhältnisse aufweisen, die - gemessen an wirklichkeitsnahen Vorstellungen - erhebliche Abweichungen und Schwankungen enthalten und daher mit einem Gleichgewicht, das unfreiwillige Bestandsumschichtungen ausschließt, unvereinbar sind. Eine explizite Ausweisung von Lagerveränderungen als Bestandteil der Endnachfrage vermag derartige Diskrepanzen zwar aufzuzeigen, dabei stellt sich aber das Problem einer Trennung der freiwilligen von den unfreiwilligen Lagerveränderungen. Eine zusätzliche, explizite Berücksichtigung der Lagerveränderungen (in einer gesonderten Spalte) darf folglich nur freiwillige Lagerumschichtungen enthalten, wenn auch dann unveränderte Verhaltensweisen als Ausdruck eines gesamtwirtschaftlichen Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts beibehalten werden sollen.¹⁾

Unter Zugrundelegung des folgenden einfachen Zwei-Sektoren-Modells:²⁾

$$(II.7) \quad X_1 - x_{11} - x_{12} = C_1$$

$$X_2 - x_{21} - x_{22} = C_2$$

oder unter Berücksichtigung des produktionstechnischen Zusammenhangs in (II.2):

$$(II.7a) \quad X_1 - a_{11}X_1 - a_{12}X_2 = C_1$$

$$X_2 - a_{21}X_1 - a_{22}X_2 = C_2$$

folgt für die Sektor-Output-Höhen:³⁾

1) Vgl. auch Platt, H., Seite 52 ff.

2) In Matrix-Form:

$$(I - a) \cdot X = C \quad \text{und} \quad X = (I - a)^{-1} \cdot C$$

3) Voraussetzung für die Existenz einer Lösung ist, daß die Determinante des Systems nicht null wird. Vgl. dazu u. a. Chenery, H. B. and Clark, P., Seite 50 f. und Platt, H., Seite 36.

$$(II.8) \quad X_1 = A_{11}C_1 + A_{12}C_2$$

$$X_2 = A_{21}C_1 + A_{22}C_2$$

oder

$$(II.9) \quad X_1 = \frac{(1 - a_{22}) C_1}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}} + \frac{a_{12}C_2}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}}$$

$$X_2 = \frac{a_{21}C_1}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}} + \frac{(1 - a_{11})C_2}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}}$$

Bei gegebenen Endnachfrage-Niveaus und gegebener Verflechtungsstruktur gibt es jeweils nur ein Gleichgewichts-Output-Niveau in jedem Sektor, das - in Abhängigkeit von allen Endnachfrage-Komponenten - durch eine bestimmte Koeffizientenkonstellation eindeutig determiniert ist.¹⁾ Darüber hinaus ist aus der Lösung des Systems genau zu entnehmen, welcher Produktionsänderung es in einem Sektor bedarf, um bei Nachfrage-Schwankungen nach Gütern des eigenen und/oder der anderen Sektoren Angebots-Nachfrage-Gleichheit sowohl im Intermediärbereich als auch auf dem Markt der Endnachfragegüter zu erhalten. Die isolierte Wirkung einer Erhöhung eines der Endnachfrage-Komponenten mißt die entsprechende zugehörige Koeffizienten-Konstellation. In der Regel wird bei einer Erhöhung der Endnachfrage um eine Einheit der Output des unmittelbar betroffenen Sektors weitaus stärker steigen müssen, d. h. der Koeffizient A_{ii} ist größer als Eins, wie sich leicht zeigen läßt:

$$(II.10) \quad A_{ii} = \frac{1 - a_{kk}}{(1 - a_{ii})(1 - a_{kk}) - a_{ik}a_{ki}} = \frac{1}{(1 - a_{ii}) - a_{ki} \cdot a_{ik} / (1 - a_{kk})}$$

1) Hier besteht deutlich eine Parallelität zur statischen Einkommensanalyse, in der einem gegebenen Nachfrage-niveau nur ein einziges Produktionsniveau im Gleichgewicht zugeordnet ist.

Da alle Koeffizienten a_{ik} zwischen 0 und 1 liegen, ist der Nenner des Bruches positiv (selbst bei unverhältnismäßig hohem Eigenverbrauch in beiden Sektoren) und kleiner als 1, und zwar umso mehr, je höher die intersektorale Zwischennachfrage.

Die Koeffizienten A_{ii} enthalten folglich nicht nur den unmittelbaren Output-Mehrbedarf für eine erhöhte Endnachfrage, sondern darüber hinaus den gesamten indirekten Output-Bedarf im Sektor i, der in den anderen Sektoren benötigt wird, um den Output des Sektors i um eine Einheit Endnachfrage zu steigern. Dieser indirekte Bedarf spiegelt sich in den Koeffizienten A_{ik} ($i = k$) wider, die daher in der Regel kleiner als 1 sein werden:

$$(II.11) \quad A_{ik} = \frac{a_{ik}}{(1-a_{ii})(1-a_{kk})-a_{ik}a_{ki}} = \frac{1}{(1-a_{ii})(1-a_{kk})/a_{ik}-a_{ki}}$$

Da $\frac{1-a_{kk}}{a_{ik}}$ größer als 1 ist und der Wert

$1-a_{ii}$ ebenfalls wenig unter 1 liegt, wird der Nenner größer als 1 sein (außer bei sehr hohem Eigenverbrauch).¹⁾

Die relative Wirkung einer gezielten Beeinflussung einer oder mehrerer Endnachfrage-Komponenten auf die Gleichgewichts-Output-Höhe und Struktur der Sektoren ist abhängig von dem Verhältnis der Multiplikatoren, die den Endnachfrage-Komponenten zugeordnet sind. Im obigen Beispiel hat eine Erhöhung der Endnachfrage nach Gütern des Sektors i (C_i steigt) dann eine umso größere Wirkung auf dessen Output-Niveau, je niedriger sein Eigenverbrauch und je höher der Verflechtungsgrad zwischen beiden Sektoren

1) Die Form dieser 'Impact' - oder Multiplikator-Analyse vermag dabei freilich nicht die einzelnen Stufen der gesamten induzierten Nachfrage aufzuweisen, wie die häufig als Näherungsmethode verwandte Iterative Lösungsmethode. Vgl. dazu Miernyk, W. H., (1), Seite 42 ff., Almon, Cl., (4), Seite 25 ff., Chenery, H. B. and Clark, P., Seite 55 ff. und Evans, D., (2) Seite 53 ff.

ist. Schließlich läßt sich anhand der Systemlösung der Umfang notwendiger Strukturveränderungen bei konstantem Endnachfrage-Niveau auf die gesamte intersektorale Verflechtung und damit auch auf die gesamte Output-Höhe ermitteln, wenn das Angebots-Nachfrage-Gleichgewicht erhalten bleiben soll. Eine bestimmte Koeffizientenstruktur kann bei Endnachfrage-Umschichtungen von C_1 zu C_2 derart wirken, daß der direkte Nachfrageverlust im Sektor 2 durch den indirekten zusätzlichen Intermediärbedarf des Sektors 1 aufgrund seiner Endnachfrage-Steigerung ausgeglichen oder sogar überkompensiert wird. Dies wäre z. B. der Fall, wenn Sektor 1 vorwiegend Investitionsgüter, Sektor 2 vorwiegend Konsumgüter (einschließlich Dienstleistungen) produzieren würde. Während die Lieferungen von Sektor 1 zu Sektor 2 sehr hoch wären (hohes a_{12}), wäre der umgekehrte Intermediärstrom verschwindend gering ($a_{21} \rightarrow 0$). Eine Erhöhung der Konsumnachfrage (C_2) zu Lasten der Investitionsnachfrage (C_1) könnte dennoch eine höhere Output-Steigerung in Sektor 1 erfordern als eine umgekehrte Strukturveränderung der Endnachfrage.¹⁾

Eine Kombination der beiden letzteren Aspekte führt zur Analyse der Wirkungen von Struktur- als auch Niveauänderungen der Endnachfrage im Verflechtungszusammenhang. Sie soll der dynamischen Analyse vorbehalten bleiben.²⁾

-
- 1) Gleichzeitig müßte der Eigenverbrauch im Sektor 1 ebenfalls sehr hoch sein.
 - 2) Vgl. dazu in allgemeiner Form Abschnitt III dieses Teils und unter spezifischen Voraussetzungen Teil D dieser Arbeit. Dabei steht die isolierte Wirkung unterschiedlicher, aber autonomer Endnachfrageentwicklungen auf die Produktionsstruktur im Vordergrund der Untersuchung.

2. Die simultane Bestimmung aller Angebots- und Nachfragegrößen in einem geschlossenen System¹⁾

a) Schließung des offenen Systems

Das offene Input-Output-System bietet zwar eine Reihe von Möglichkeiten zur Untersuchung der Effizienz wirtschaftspolitischer Maßnahmen, die auf eine Beeinflussung der exogenen Endnachfrage abzielen, läßt aber die Analyse alternativer Gleichgewichte im Sinne vollständiger Kreislaufgleichgewichte nicht zu. In Analogie zum geschlossenen Kreislaufsystem auf makroökonomischer Basis wird daher im folgenden ein Ansatzpunkt zur Schließung des Systems struktureller Verflechtungsbeziehungen dargestellt und damit zugleich die Grundlage für die dynamische Version des geschlossenen Input-Output-Systems gelegt. Art und Änderungen des Zusammenhangs zwischen den offenen Enden, in der Regel der Endnachfrage (Konsum- und Investitionsnachfrage) der Haushalte und den Arbeits- und Dienstleistungen der Haushalte bzw. den Produktionsvolumen der Gesamtwirtschaft bleiben unberücksichtigt. Ungleichgewichtige Zustände in diesem Zusammenhang haben keinen Einfluß auf den Gleichgewichtszustand der betrachteten Märkte, da ihre Wirkungseinflüsse bereits durch die exogene Vorgabe voll determiniert und so endogenen Rückwirkungen entzogen sind. Dies ist in geschlossenen Systemen nicht der Fall. Den kreislaufmäßigen Zusammenhang zwischen den beiden "offenen Enden",

1) Diese Version, die zeitlich dem offenen System vorausging, findet sich in ihren Grundzügen bereits bei Leontief, W., (10), Seite 109 ff. Sie diente Leontief als theoretische Grundlage seiner empirischen Untersuchungen zur Produktionsverflechtung der amerikanischen Industrie in Leontief, W., (2), 1. Auflage, 1941. Erst in der 2. und 3. Auflage sind auch Darstellungen des offenen Systems enthalten.

im geschlossenen Modell dieses Typs zwischen Konsumnachfrage und Arbeitsangebot der Haushalte, wird hierbei in einer Form Rechnung getragen, die eine Integration in das Gesamtsystem ermöglicht und die exogene Vorgabe irgend einer Einflußgröße ausschließt.

Das geschlossene System entspricht hier der statischen Gleichgewichtsanalyse Keynes', die Harrod zum Ausgangspunkt seiner Wachstumsüberlegungen machte.¹⁾

Leontief ging in seinen Untersuchungen zunächst von der Annahme aus, daß sich die Abhängigkeit der Nachfrage der Haushalte und ihrer Verteilung auf die anderen Sektoren (Input) von ihrem Arbeitsangebot (Output) in der gleichen einfachen Form erfassen läßt wie die Input-Output-Struktur der Unternehmenssektoren.²⁾ Das gesamte System wird so lediglich um eine Gleichung, die den Input-Output-Zusammenhang des "End-Nachfrage-Sektors" widerspiegelt, erweitert und damit völlig geschlossen. Wird der "Sektor" der privaten Haushalte als n. Sektor bezeichnet, so ändert sich das System (II.1) zu:

$$(II.12) \quad X_i - \sum_{k=1}^n a_{ik} X_k = 0 \quad i = 1 \dots n$$

oder:

1) Unter diesem Aspekt, der Gegenüberstellung von makro-ökonomischer Kreislaufbetrachtung und strukturell disaggregierter Gleichgewichtsanalyse, bezeichnete Leontief seine empirischen Untersuchungen auf der Basis des statischen geschlossenen Systems als "An empirical application of equilibrium analysis" im Untertitel zu Leontief, W., (2).

2) Leontief, W., (2), Seite 41 ff.

$$(II.13) \quad (1-a_{11}) X_1 - a_{12} X_2 - \dots - a_{1n} X_n = 0$$

$$- a_{21} X_1 + (1 - a_{22}) X_2 - \dots - a_{2n} X_n = 0$$

$$\begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$- a_{n1} X_1 - a_{n2} X_2 - \dots + (1-a_{nn}) X_n = 0$$

Soll dieses Gleichungssystem, bestehend aus n linearen Gleichungen mit den Variablen $X_1 \dots X_n$ und den gegebenen Koeffizienten a_{ik} so gelöst werden, daß nicht alle $X_i = 0$ sind, so müssen bestimmte Voraussetzungen erfüllt sein. Dies geht hier deutlich aus der Formulierung in Matrix-Form hervor:¹⁾

$$(II.14) \quad (I - a) \cdot X = 0$$

Wie leicht zu erkennen ist, muß der Matrix-Wert in jedem Fall für positive Output-Mengen der Sektoren Null werden (nicht-triviale Lösung), d. h. die Determinante dieser Matrix muß gleich Null sein.²⁾

Trifft dies zu, so kann das Verhältnis aller Output-Mengen zueinander bestimmt werden, nicht jedoch die absolute Höhe der sektoralen Produktionsmengen. Letzteres hätte die Vorgabe bzw. Kenntnis eines einzigen Output-Niveaus zur Voraussetzung.³⁾ Es kann dann aber nicht mehr Gegenstand der

-
- 1) Mit I = Einheitsmatrix, a = Matrix der Verflechtungskoeffizienten a_{ik} und X = Spaltenvektor der sektoralen Produktionsniveaus X_i , für $i = 1 \dots n$.
 - 2) Auch hier wird die Analogie zum statischen Kreislaufgleichgewicht auf makroökonomischer Basis und - unter dynamischem Aspekt - zum Modell Harrods offenbar, in denen jeweils die autonome Bestimmung einer Kreislaufgröße zur Ermittlung der absoluten Niveaus aller anderen notwendig ist. Vgl. dazu ausführlich Teil D, Abschnitte III und IV.
 - 3) Voraussetzung dafür ist lineare Abhängigkeit der Zeilen oder Spalten. Vgl. Schumann, J., Seite 71.

Gleichgewichtsanalyse im Sinn einer gesuchten Gleichgewichtsvariablen sein. Vielmehr besteht die Ermittlung eines gesamtwirtschaftlich geschlossenen Kreislaufgleichgewichts in der Bestimmung der $n-1$ Restvariablen, die sich dem Niveau des exogen vorgegebenen Outputs entsprechend den zugrunde liegenden Verflechtungskoeffizienten anpassen müssen. Der Charakter eines geschlossenen, simultan determinierten Kreislaufgleichgewichts wird aufgegeben und ein "offenes" Modell, wie im vorangegangenen Abschnitt diskutiert, tritt an seine Stelle. Aufgrund der hier im Vordergrund stehenden Gleichgewichtsanalyse soll dieses Problem nicht weiter verfolgt werden. Eine Bestimmung der relativen Output-Niveaus der betrachteten Sektoren im Gleichgewicht genügt den Voraussetzungen, die zu seiner Charakterisierung notwendig sind.

b) Gleichgewicht als Voraussetzung für die Lösbarkeit des Modells

Die Voraussetzung für eine nicht-triviale, d. h. ökonomisch sinnvolle Lösung des geschlossenen Systems ist das Verschwinden der Determinante der Matrix $(I - a)$. Das bedeutet, daß simultan sowohl im Bereich der interindustriellen Verflechtung als auch im Bereich der konsumierenden und investierenden Haushalte Kosten- Erlös- Gleichheit realisiert sein muß. Leontief unterscheidet hierbei entsprechend der allgemeinen Gleichgewichtstheorie zwischen zwei Fundamentalbeziehungen: "The first describes the balance- the external relationships - between all the various sectors of the national economy in terms of the outputs (supply) of and the inputs (demand) for each and every kind of goods and services. The second set of relationships reflects what one might call the internal structure of

each individual sector of the economy."¹⁾ An die Stelle des zunächst vorherrschenden produktionstechnischen Gesichtspunkts tritt hier die Interpretation als Marktgleichgewicht.²⁾

Tatsächlich müssen alle Input-Ströme zu diesem Zweck erfaßt werden, wie sich am Beispiel eines Zwei-Sektor-Modells leicht zeigen läßt.³⁾ Die Determinante des Gleichungssystems:

$$(II.15) \quad X_1 - a_{11} X_1 - a_{12} X_2 = 0$$

$$X_2 - a_{21} X_1 - a_{22} X_2 = 0$$

bzw. in Matrix-Form:

$$(II.16) \quad (I - a) \cdot X = 0$$

oder:

$$\begin{bmatrix} +(1-a_{11}) & -a_{12} \\ -a_{21} & +(1-a_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = 0$$

ergibt sich zu:

$$(II.17) \quad (1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21} = 0$$

-
- 1) Leontief, W., (3), Seite 212. Die erstere bezieht sich also auf die bereits erwähnte Bedingung eines Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts, während letztere die sektorinterne Aufwand-Erfolg- (bzw. bei gegebenen und konstanten Preisen Kosten-Erlös-)Relation zum Gegenstand hat.
 - 2) Die Ausklammerung von Preisen als Ausdruck einer bestimmten Angebots-Nachfrage-Situation auf dem Markt jeder Gütergruppe äußert sich in dem Fehlen eines Mechanismus, der beides miteinander in Übereinstimmung bringt. Insofern ist also tatsächlich ein Gleichgewicht Voraussetzung für die Verwendung des geschlossenen Systems. Vgl. hierzu Platt, H., Seite 50 und Nyblen, G., Seite 21 f.
 - 3) Für den Sektor der Haushalte bedeutet dies, daß genau der gesamte Nettoproduktionswert für Konsum- und Investitionszwecke verwendet wird. Vgl. Schumann, J., Seite 71.

Die relativen Output-Höhen bestimmen sich entsprechend (II.15) zu:

$$(II.18) \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{a_{12}}{1-a_{11}} \quad \text{und} \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{1-a_{22}}{a_{21}}$$

Daraus folgt:

$$(II.19) \quad \frac{a_{12}}{1-a_{11}} = \frac{1-a_{22}}{a_{21}}$$

Nur eine Koeffizienten-Konstellation garantiert *ex ante* für sektorale Output-Niveaus in einer bestimmten Höhe Gleichgewicht zwischen Angebot und Nachfrage. Diese Konstellation gilt dann zugleich auch für die Zahl aller Output-Größen gleicher Relationen. Die Gleichgewichtsbeziehung zwischen dem Angebot an Produkten des Sektors 1 oder 2 und der gesamten intersektoralen (einschließlich Konsum-) Nachfrage setzt voraus, daß sich die Spaltensumme der Koeffizienten-Matrix zu Eins addieren, d. h.

$$(II.20) \quad a_{11} + a_{21} = 1 \quad \text{und} \quad a_{12} + a_{22} = 1$$

Nur dann ist die mit (II.19) beschriebene Gleichgewichtsrelation der Koeffizienten gewährleistet.

Ist in der Nachfrage der Haushalte (n.Sektor) keine Investitionsnachfrage enthalten, so bedeutet dies, daß das gesamte Volkseinkommen für Konsumzwecke verwendet wird, da der notwendige Re-Investitionsbedarf zur Kapazitätserhaltung bereits in den Vorleistungsströmen der intra- und intersektoralen Verflechtung enthalten ist. Es handelt sich um den klassischen Fall einer stationären Wirtschaft im Gleichgewicht, in dem nun nicht mehr, wie im offenen System, die Gleichgewichtsbetrachtung auf die Beziehung Output-Höhe zu gegebener Konsumnachfrage-Höhe beschränkt bleibt. Hier handelt es sich nur noch um ein Kreislauf-

gleichgewicht auf e i n e m streng determinierten Güter- und Dienstleistungs-Markt. Die Endnachfrage verliert ihren Charakter als unabhängige Systemvariable, da ihre Höhe sektoral als auch gesamtwirtschaftlich nur aus dem Interdependenzzusammenhang des Gesamtsystems bestimmt werden kann.¹⁾ Während im offenen Modell kein bestimmtes Verhältnis des intersektoralen Intermediärbedarfs zur Höhe der Primärintputs (Arbeitsleistung) Voraussetzung für ein Kreislaufgleichgewicht ist, diese Relation vielmehr technisch determiniert und der Gleichgewichtsanalyse entzogen ist, muß im geschlossenen System einer Koeffizientenänderung in einem Bereich (Intermediär-Verbrauch) eine entsprechende Änderung des restlichen Input-Bedarfs (Arbeitsleistung) gegenüberstehen, um Gleichgewichtsstörungen in Form von Residualgewinnen oder -Verlusten zu vermeiden. Addieren sich die Input-Koeffizienten nicht zu einer Summe von Eins, so ist das Produktionsergebnis des betreffenden Sektors höher als der gesamte für die Produktion notwendige Input-Bedarf an Gütern anderer Sektoren und an Arbeitsleistungen. Entweder wäre ein Input-Faktor nicht erfaßt worden, oder der tatsächlich notwendige Input-Bedarf stellt sich als zu niedrig heraus im Vergleich zu dem geplanten.

Umgekehrt wäre der Input-Bedarf zu hoch für ein bestimmtes Produktionsniveau in dem betreffenden Sektor, wenn die Summe der Input-Koeffizienten über Eins liegt. Auch hier hat zur Herbeiführung des Gleichgewichtszustandes eine Reduktion z. B. der Arbeitsleistungen oder der Unternehmerentlohnung zu erfolgen. Der besondere Charakter des Systems, gekennzeichnet durch die völlig gleichartige und vollständige Einbeziehung des Konsumnachfrage-Bereichs und des

1) Dies wird noch wesentlich deutlicher bei der Darstellung des geschlossenen dynamischen Systems im Abschnitt IV dieses Teils werden.

Arbeitsangebots, erfordert eine simultane Herstellung des Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts auf allen Märkten.¹⁾ Überwiegend betrachtet die Literatur die Verflechtungskoeffizienten und ihre Konstellation als vorgegeben. Variabel sind lediglich die Output-Niveaus aller Sektoren, einschließlich der Haushalte. Stillschweigend wird dabei ein Kreislaufgleichgewicht vorausgesetzt.²⁾ Wie jedoch aus den Voraussetzungen für eine ökonomisch sinnvolle Lösung des Systems zu entnehmen ist, stellen hier das eigentliche Gleichgewichts-Problem die Koeffizienten dar. Sie erfüllen nur dann die erforderlichen Bedingungen, wenn tatsächlich Gleichgewicht herrscht und unfreiwillige Lagerbestandsänderungen sowie Arbeitslosigkeit (X_n spiegelt dann nicht das Vollbeschäftigungsniveau bzw. -volkseinkommen wider) ausgeschlossen ist. Die modellexogene Bestimmung der Endnachfrage (der Struktur und dem Niveau nach) im offenen System hat zur Folge, daß jeweils nur eine sektorale Output-Struktur bei gegebenen Verflechtungskoeffizienten mit Gleichgewicht vereinbar ist. Höhe und Struktur der Endnachfrage sind unabhängig von der Produktionsstruktur und dem gesamten Produktionsniveau. Ganz anders dagegen im geschlossenen Modell: Ist die Gleichgewichtsbedingung durch die Höhe der jeweiligen Verflechtungskoeffizienten erfüllt, (Input-Output-Gleichheit), so gibt es unendlich viele sektorale Produktions-Niveau-Konstellationen, die jeweils ein Kreislaufgleichgewicht repräsentieren und Wiederholbarkeit auf gleichem Niveau gewährleisten. Der wesentliche Unterschied zum offenen System besteht daher in den Anforderungen an die Struktur

1) Aus diesem Grund werden die strukturellen Verflechtungsbeziehungen nur in engen Grenzen mit einem Expansionsgleichgewicht mit konstanter Rate kompatibel sein, wie in den Ausführungen im Teil D dieser Arbeit noch deutlich werden wird.

2) Vgl. Platt, H., Seite 51.

und Höhe der Verflechtungskoeffizienten. Die Erfassung intersektoraler Verflechtungsbeziehungen unter Einschluß der Haushalte im Rahmen eines vollkommen geschlossenen Systems führt folglich nicht zur Bestimmung der absoluten Höhe der jeweiligen sektoralen Produktionsniveaus, sondern legt unabhängig von einer bestimmten Basis lediglich die Bedingungen für die Existenz eines vollkommenen Kreislaufgleichgewichts durch Fixierung relativer Größenverhältnisse fest.¹⁾

1) Unter dynamischem Aspekt wird das Ziel eines stetigen Wachstums (d. h. Konstanz der Wachstumsrate) dagegen auch bestimmte Anforderungen an die absoluten Produktionsniveaus zu einem bestimmten (Ausgangs-)Zeitpunkt stellen. Siehe dazu ausführlich Abschnitt IV von Teil D dieser Arbeit.

III. Das offene dynamische System

1. Die Einbeziehung der Investitionsverflechtung und die Entwicklung der Endnachfrage

Die statische Input-Output-Analyse schließt prinzipiell die Erfassung der Nachfrage nach Investitionsgütern nicht aus. Im offenen statischen System kann sie zugleich mit der Konsumnachfrage der Haushalte in dem Bereich 'Endnachfrage' berücksichtigt werden, im geschlossenen System in die Inputs der Haushalte mit einbezogen werden.¹⁾ Die Funktion der Netto-Investitionen als Veränderung des Kapitalbestandes und der Produktionskapazität läßt sich jedoch nur im Rahmen von dynamischen Modellen darstellen.²⁾ Die Investitionsnachfrage ist dann nicht mehr ein niveauabhängiger Teil der Input-Nachfrage der Haushalte noch autonom bestimmter Teil der exogen determinierten Endnachfrage, sondern wird mittels der Akzeleratorhypothese als induzierte, von dem Wachstum der Sektor-Outpute abhängige Größe endogener Bestandteil des Modells, der für die sektorale und gesamtwirtschaftliche Produktionsentwicklung von entscheidender Bedeutung ist.³⁾ In gleicher

1) Vgl. dazu die Konzeption Schumanns, der damit dem Tatbestand Rechnung tragen will, daß sich die Kapitalbestände im wirtschaftlichen Eigentum der Haushalte befinden und diese folglich Nutznießer ihrer Erträge sind. Schumann, J., Seite 69.

2) Vgl. dazu Chenery, H. B. and Clark, P., Seite 71 ff. und Stone, R., Seite 117 ff.

3) Hier wie auch im geschlossenen System erfolgt die Formulierung im Gegensatz zum ursprünglichen System Leontiefs in Form von Differenzen- statt Differentialgleichungen. Die für eine Anpassung des Kapitalstocks an das (erforderliche) Output-Niveau notwendige Zeit kann nicht als unendlich klein betrachtet werden, wie es die Formulierung in Differentialgleichungen impliziert. Wie Wuertele zeigt, kann es darüber hinaus irreführende Ergebnisse hinsichtlich der Stabilitätseigenschaften eines Modells zeitigen. Vgl. Leontief, W., (1), Seite 53 ff. sowie Wuertele, Z., Seite 672 bis 675.

Weise wie Harrod das statische System Keynes' durch die Einfügung der Akzeleratorfunktion dynamisierte, wird durch die explizite Berücksichtigung der Investitionsverflechtung in Form von sektorspezifischen Akzelerator-Beziehungen ein dynamisches Input-Output-Modell konzipiert.

Die intermediäre Nachfrage bleibt wie in den statischen Systemen auf den laufenden Produktions- und Reproduktionsbedarf (Reinvestitionsbedarf) beschränkt.¹⁾ Sie ergibt sich entsprechend (II.2) in Abschnitt II dieses Teils in einer beliebigen Periode t zu:

$$(III.1) \quad x_{ik}(t) = a_{ik} X_k(t) \quad i, k = 1 \dots m$$

Unter Zugrundelegung einer einfachen Akzelerator-Funktion²⁾ folgt für die Höhe der Investitionsnachfrage:

$$(III.2) \quad J_{ik}(t) = b_{ik} [X_k(t) - X_k(t-1)] \quad i, k = 1 \dots m$$

Bei Übereinstimmung von marginalem und durchschnittlichem Kapitalkoeffizienten ist der Akzelerator-Koeffizient jenem gleich.³⁾ Die Gleichung (III.2) gibt somit die Höhe der Nachfrage nach Nettoinvestitionen des Sektors k vom Sektor i in Abhängigkeit von dem Wachstum der eigenen Produktion (also in Sektor k) wieder.

Für die Höhe der jeweiligen Akzelerator-Koeffizienten folgt dann unter der obengenannten Voraussetzung:

1) Leontief, W., (1), Seite 56.

2) Auf die damit verbundenen Probleme der Datierung, der Investitionsfunktion als Verhaltensgleichung und der Konstanz bzw. Veränderlichkeit der Akzelerator-Koeffizienten wird in Abschnitt II von Teil D dieser Arbeit noch genau einzugehen sein. Hier wird lediglich aus Zweckmäßigkeitsgründen zur Formulierung des Modells die entsprechende Akzeleratorfunktion verwendet.

3) Vgl. dazu Leontief, W., (1), Seite 56 f., Chenery, H.B. and Clark, P., Seite 73 f. und Schumann, J., Seite 168 ff.

$$(III.3) \quad K_{ik}(t) = b_{ik} X_k(t)$$

oder:

$$b_{ik} = \frac{K_{ik}}{X_k} \quad i, k = 1 \dots m$$

Die Konsum- bzw. Endnachfrage bleibt wie in der statischen Analyse exogen determiniert, d. h. unabhängig von der Höhe und Struktur der zu bestimmenden Sektor-Outputs. Um langfristig unsinnige Ergebnisse bzw. Entwicklungen zu vermeiden, soll nicht, wie häufig in der Literatur,¹⁾ Konstanz des Konsumniveaus und der Struktur, sondern eine zeitabhängige Entwicklung unterstellt werden, die durch

$$(III.4) \quad C_i(t) \quad i = 1 \dots m$$

symbolisiert wird.

Die Gesamtnachfrage nach Gütern und/oder Leistungen eines Sektors i setzt sich demnach zusammen aus der Intermediär-Nachfrage (III.1), der Investitions-Nachfrage (III.2) und der exogenen Konsum-Nachfrage (III.4).

Gleichheit bzw. Gleichgewicht, wenn wiederum unfreiwillige Bestandsveränderungen ausgeschlossen werden sollen, herrscht unter der Voraussetzung:

$$(III.5) \quad X_i(t) - \sum_{k=1}^m a_{ik} X_k(t) - \sum_{k=1}^m b_{ik} [\bar{X}_k(t) - X_k(t-1)] = C_i(t)$$

Neben die $m \cdot m$ Koeffizienten der Intermediärverflechtung (a_{ik}) tritt eine gleich große Anzahl von sektorspezifischen Akzelerator-Koeffizienten (b_{ik}) als Ausdruck der Investitionsverflechtung.

1) Vgl. dazu die in Abschnitt II unter 2. angeführten Beiträge im Teil D dieser Arbeit.

Wie aus der Lösung des Systems in Matrixform:

$$(III.6) \quad (I - a) \cdot X(t) - b \cdot [X(t) - X(t-1)] = C(t)$$

oder:

$$(I - a - b) \cdot X(t) + b \cdot X(t-1) = C(t)$$

und:

$$(III.7) \quad X(t) = (I - a - b)^{-1} \cdot C(t) - (I - a - b)^{-1} \cdot b \cdot X(t-1)$$

leicht zu erkennen ist, sind neben den Produktions-Niveaus der Vorperiode aller Sektoren auch die Entwicklungen der Endnachfrage nach Gütern der erfaßten Bereiche von entscheidender Bedeutung für den Wachstumspfad jedes einzelnen Sektors.

Dies wird noch deutlicher, wenn z. B. für alle Sektoren ein Wachstum der Endnachfrage mit der gleichen und konstanten Rate w_c unterstellt wird,¹⁾ und das inhomogene Gleichungssystem nach der Output-Entwicklung der einzelnen Sektoren aufgelöst wird. Sie ergibt sich für einen beliebigen Sektor i zu:²⁾

$$(III.8) \quad X_i(t) = c_{i1} \delta_1^t + c_{i2} \delta_2^t + \dots + c_{im} \delta_m^t + c_{in} \cdot C(t)$$

wobei:

$$C(t) = (1 + w_c)^t \sum_{k=1}^m r_{ik} \cdot C_k(0) \quad i = 1 \dots m$$

1) Die in den Endnachfragekomponenten enthaltenen Änderungs- bzw. Entwicklungsformen werden - wie auch im statischen Modell - als von den Variablen des Modells unabhängig betrachtet. Der wesentliche Unterschied zur statischen Analyse besteht hier in der zusätzlichen Annahme einer Entwicklung unabhängig von der Dynamik im endogenen, auf der Akzelerator-Hypothese beruhenden Modellbereich. Vgl. dazu ausführlich Schumann, J., Seite 167 ff., Hatanaka, M., Seite 167 ff. und Johansen, L., (1), Seite 85 ff.

2) Zu anderen als der gewählten Entwicklungsform der Endnachfrage vgl. Leontief, W., (1), Seite 63 ff.

Die numerische Lösung des offenen Modells enthält gemäß (III.8) m Wurzeln ($\delta_1 \dots \delta_m$), m^2 Koeffizienten in Form von endogenen Niveauelementen (c_{ik} ; $i, k = 1 \dots m$) sowie m^2 Koeffizienten als exogene Niveauelementen (r_{ik} ; $i, k = 1 \dots m$).

Die Faktoren, die aus der homogenen Lösung des Systems folgen und ausschließlich Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage enthalten (δ_i), entscheiden zusammen mit den Wachstumsraten der Endnachfrage über den zeitlichen Verlauf der Produktion in jedem Sektor.

Die Koeffizienten c_{ik} , die fortan als endogene Niveauelemente bezeichnet werden sollen, sind in ihrer absoluten Höhe ohne zusätzliche Informationen über eine bestimmte Ausgangssituation nicht bestimmbar, spiegeln also lediglich die Größenverhältnisse der einzelnen Output-Niveaus zueinander wider. Im exogenen Bereich entsprechen ihnen die Koeffizienten r_{ik} oder exogenen Niveauelemente, die Ausdruck der jeweiligen Größenverhältnisse der Endnachfrage nach Gütern der einzelnen Sektoren sind. Unter Zugrundelegung der in offenen Modellen voraussetzungsgemäß bekannten Endnachfragestruktur und -entwicklung, wie hier etwa durch Vorgabe einer einheitlichen Wachstumsrate w_c und einer bestimmten Ausgangskonstellation ($C_i(0)$; $i = 1 \dots m$) sind alle r_{ik} durch eine bestimmte Konstellation der Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage (a_{ik} bzw. b_{ik} ; $i, k = 1 \dots m$) in Verbindung mit der Wachstumsrate der Endnachfrage eindeutig determiniert. Im partikulären Teil der Lösung $C(t) = (1 + w_c)^t \sum_{k=1}^m r_{ik} \cdot C_k(0)$ kommt der spezifische Einfluß der Endnachfrageentwicklung in allen Sektoren auf das Wachstum jedes einzelnen Bereichs zum Ausdruck, und zwar unter Berücksichtigung des Anteils der Endnachfrage am Gesamt-Output des eigenen Sektors (r_{ii}) sowie unter Berücksichtigung der Höhe und Struktur der Verflechtung des betreffenden Sektors i mit den anderen Bereichen (r_{ik} ; $i \neq k$).

Der Unterschied zwischen den endogenen und exogenen Niveauelementen besteht vor allem darin, daß erstere die unmittelbaren (Nah-)Wirkungen, letztere die verflechtungsbedingten mittelbaren (Fern-)Wirkungen einer Änderung in der Struktur und/oder Höhe der Endnachfrage nach Gütern eines oder mehrerer Sektoren auf die Produktionsentwicklung aller Sektoren erfassen.¹⁾

Nach Leontief gibt es eine Vielzahl von Möglichkeiten zur Bestimmung der absoluten Höhe der endogenen Niveauelementen.²⁾ Der Normalfall ist jedoch die Wahl einer bestimmten Ausgangssituation ('initial conditions') zu einem Zeitpunkt $t = 0$ in Übereinstimmung mit der Endnachfragehöhe und -struktur zum gleichen Zeitpunkt. Werden die für alle Sektoren ermittelten oder geschätzten Output-Niveaus $X_i(0)$, $i = 1 \dots m$ als bekannt vorausgesetzt, kann die Höhe der Koeffizienten c_{ik} auf der Basis von Angebots-Nachfrage-Gleichheit im gesamten System zum Zeitpunkt $t = 0$ ermittelt werden. Ihre Höhe und Struktur ist dabei abhängig von den Ausgangsniveaus aller Sektoren in Verbindung mit der Ausgangssituation im Bereich der Endnachfrage

1) Die Möglichkeit, unter Zugrundelegung möglichst genauer Informationen über Produktions- und Lieferfristen (Auftrags- und Produktions-lags) zu einer exakten quantitativen und zeitlichen Dosierung wirtschaftspolitisch gezielter Maßnahmen zum Zweck der Endnachfragesteuerung, struktur- wie auch niveaumäßig, und damit zu einer genauen Erfassung ihrer Effizienz unter quantitativem und zeitlichem Aspekt, steigt folglich mit der Wirklichkeitsnähe der Koeffizienten sowie ihrer zeitlichen Invarianz. Die prognostische Verwendbarkeit dynamischer Input-Output-Systeme wird zweifellos durch die völlig unzureichenden empirischen Informationen, die ein derartig detailliertes System erfordert, erheblich erschwert. Hinzu kommen jedoch vor allem Probleme der geeigneten Aggregation und Sektorbildung. Vgl. dazu Schumann, J., Seite 17 ff., Leontief, W., (2), Seite 207 ff., Hatanaka, M., Seite 53 ff., Balderston, J. B. and Whitin, T. M., Seite 79 ff., Stone, R., Seite 101 ff. und Yamada, J., Seite 16 ff.

2) Leontief, W., (1), Seite 60, Anm. 5).

($C_i(0)$; r_{ik} ; $i, k = 1 \dots m$) sowie den Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage (a_{ik} bzw. b_{ik} ; $i, k = 1 \dots m$). In gleicher Weise wie in offenen statischen Systemen lassen sich auch in dynamischen Modellen anhand ihrer Lösung die Wirkungen von Veränderungen im Endnachfragebereich und die Effekte von Änderungen im intra- wie auch intersektoralen Nachfragebereich isoliert untersuchen. Die dynamische Konzeption ermöglicht dabei nicht nur die Ermittlung der absoluten Produktionsniveaus der Sektoren in einer bestimmten Periode, sondern auch die Bestimmung des zeitlichen Verlaufs und der strukturellen Entwicklung der Gesamtwirtschaft. Veränderungen des Gesamt-Outputs und/oder der Struktur sind unter der Voraussetzung erreichbar, daß das Wachstum der Produktion bzw. der Nachfrage nach Gütern zumindest in einem Sektor, und damit im Verhältnis zu allen anderen beeinflussbar ist.

2. Allgemeine Kriterien gleichgewichtiger und stabiler Entwicklungspfade

Analog zum offenen statischen System ist auch in der dynamischen Version der Gleichgewichtscharakter der im Modell erfaßten Angebots-Nachfrage-Beziehungen einseitiger Art, wie aus der Systemlösung (III.8) leicht zu erkennen ist. Unter der Voraussetzung, daß in einem beliebigen Ausgangszeitpunkt ($t = 0$) Gleichheit¹⁾ von Angebot und Nachfrage für Güter und Leistungen jedes Sektors besteht, gibt die Lösung des dynamischen Systems die erforderliche Output-Entwicklung für jeden Sektor an, um dieses (angenommene oder realisierte) Gleichgewicht zu wahren.²⁾

-
- 1) Wie schon im statischen System gilt auch hier, daß die Gleichungen des Systems lediglich als definitiv-erfüllte Beziehungen angesehen werden können, die auch unbeabsichtigte Bestandsveränderungen enthalten. Die Beschreibung eines Kreislaufgleichgewichts im Wachstum kann jedoch nur auf der Basis eines derartigen Zustands in einem Ausgangszeitpunkt ($t = 0$) erfolgen und schließt somit unbeabsichtigte Investitionen aus. Insofern sind die Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage Ausdruck eines unternehmerischen Verhaltens, wie die Akzeleratorbeziehung Harrods auf makroökonomischer Basis, nicht unabänderliche technische Relationen. Letzteres entspräche dann vielmehr der These Domars von der Konstanz des marginalen Kapitalkoeffizienten. Vgl. dazu ausführlich Abschnitt II von Teil D dieser Arbeit.
 - 2) Umgekehrt ist es jedoch auch möglich, die für eine bestimmte Expansion der Sektor-Outputs erforderliche Endnachfragehöhe und -entwicklung zu berechnen (Residualbestimmung des Konsums). Vgl. hierzu Leontief, W., (1), Seite 67.

An den 'offenen Enden' kann dennoch ein Ungleichgewicht, nämlich Diskrepanz zwischen dem Angebot und der Nachfrage nach Primärfaktoren (Arbeitsleistungen) bestehen. Anders als im statischen System ist jedoch das Gleichgewicht zwischen Angebot und Nachfrage auf dem Investitionsgütermarkt in die Analyse mit einbezogen. Als Ausdruck unternehmerischen Verhaltens enthalten die Akzelerator-Funktionen nur geplante Veränderungen des Investitionsvolumens. Die strukturelle Verteilung der Güter ist im Rahmen der bestehenden Intermediär- und Investitionsverflechtung eindeutig determiniert.

Zusätzlich zu der statisch konzipierten Kreislaufbetrachtung tritt im dynamischen System der Aspekt der gleichgewichtigen strukturellen Entwicklung. Werden Höhe und Entwicklung jeder einzelnen Endnachfrage als voneinander unabhängig betrachtet, ist eine Gleichgewichtsanalyse in diesem Bereich nicht möglich. Da kein Zusammenhang untereinander oder zu einer für alle relevanten dritten (Kreislauf-)Größe besteht, bzw. berücksichtigt wird, erhält der Bereich der Endnachfrage den Charakter eines Systems so vieler 'Freiheitsgrade', wie Sektoren bzw. Endnachfragekomponenten und Entwicklungsformen vorhanden sind.

Höhe und Entwicklung jedes einzelnen Nachfragefaktors können hinsichtlich ihrer Wirkung auf die zeitliche Entwicklung der Output-Struktur isoliert untersucht werden. Eine unveränderte Output-Struktur setzt allerdings voraus, daß sich alle Endnachfragekomponenten gleichläufig entwickeln, also keine Verschiebungen in der Endnachfragestruktur stattfinden.¹⁾

Wie in der statischen Analyse die Höhe des Arbeitsangebots und der Beschäftigungsgrad in keiner Beziehung zur Endnachfrage steht,²⁾ fehlt auch im dynamischen System eine

1) Vgl. dazu Teil D, Abschnitt III und IV dieser Arbeit.

2) Abschnitt II dieses Teils.

von dem Beschäftigungsvolumen abhängige Bestimmung der Endnachfragehöhe und -struktur. Da ein Gleichgewicht auf dem Arbeitsmarkt nicht Voraussetzung für eine Gleichgewichtssituation auf dem Gütermarkt ist, können sich im Laufe der Zeit unterschiedliche Diskrepanzen zwischen dem Arbeitsangebot und der Nachfrage nach Arbeitsleistungen ergeben, die ohne Einfluß auf die Entwicklung des Gesamtsystems bleiben.

Der Entwicklungspfad jedes Sektors ist das Ergebnis sich überlagernder Einflüsse der systemendogenen und systemexogenen Faktoren und Komponenten ($1 + w_c$ und δ_i bzw. c_{ik} und r_{ik}).¹⁾ Bleiben Höhe und Entwicklung der Endnachfrage selbst zunächst außer Betracht, da sie vom Modell unabhängig sind und ihr Entwicklungseinfluß durch ihren Wachstumsfaktor ($1 + w_c = \gamma$) gemessen wird, so entscheiden die endogenen Faktoren (δ_i) über den zeitlichen Produktionsverlauf in den einzelnen Sektoren. Da die Faktoren unabhängig von den jeweiligen Niveauelementen für alle Sektoren gleich sind, unterliegen folglich alle dem gleichen 'Entwicklungsgesetz'.²⁾ Die Wachstums- oder Entwicklungsfaktoren können reelle oder komplexe, positive oder negative Werte sein. Je größer der absolute Wert eines Faktors, umso stärker wird im Laufe der Zeit, also mit wachsendem t , sein Einfluß auf die Gesamtentwicklung (betragsmäßig größter Faktor = dominierender Faktor). Zusammen mit ihren jeweiligen Niveauelementen bestimmen die Wachstumsfaktoren einzelne Entwicklungspfade, deren aggregierter Wert den systemendogenen Bestandteil der Gesamtoutputentwicklung eines Sektors darstellt (vgl. Tabelle).

1) Siehe auch Schumann, J., Seite 183.

2) Vgl. hierzu und zu dem folgenden: Leontief, W., (1), Seite 61 ff. und Schumann, J., Seite 183 ff.

δ_k	c_{ik}	$c_{ik} > 0$	$c_{ik} = 0$	$c_{ik} < 0$
$\delta_k > 1$		progressiv steigender Wert	o	progressiv abnehmender Wert
$0 < \delta_k < 1$		degressiv sinkender Wert	o	degressiv steigender Wert
$\delta_k = 0$		o	o	o
$0 > \delta_k > -1$		stabilisierende zweiperiodige Zyklen	o	stabilisierende zweiperiodige Zyklen
$\delta_k < -1$		explodierende, zweiperiodige Zyklen	o	explodierende, zweiperiodige Zyklen

δ_k = komplex: Je nach Höhe des Modulus der in konjugiert-komplexen Paaren auftretenden Faktoren ex-
plodierende oder stabilisierende Zyklen ¹⁾

Unterschiedliche Entwicklungstendenzen ergeben sich nur infolge verschiedener Niveauelementen, wobei das jeweilige Vorzeichen über Wachstum oder Schrumpfung des betreffenden Wertes entscheidet, die absolute Höhe über das Gewicht in der Gesamtentwicklung, das jedoch im Zeitverlauf durch höhere absolute Werte anderer Faktoren schnell an Bedeutung verlieren kann. Auf lange Sicht setzt sich schließlich der Einfluß des dominierenden Entwicklungsfaktors durch. Je nachdem, wie hoch Niveaus und Wachstumsfaktoren der systemexogenen Einflüsse im Vergleich zu denen der endogenen sind, ist langfristig der Wachstumspfad aller Sektor-Outputs durch den Einfluß der Endnachfrage oder der Verflechtungswirkungen stärker determiniert. Dominiert der Wachstumsfaktor der Endnachfrage (γ), ist das Wachstum aller Sektoren auf lange Sicht durch die Entwicklung derselben gekennzeichnet. Kurzfristig können jedoch vielfach Kompensationen oder sogar - bei stärkeren Differenzen in den Niveauelementen - der Endnachfrageentwicklung

1) Vgl. hierzu insbesondere Ott, A. E., (2), Seite 81 ff. und Yamane, T., Seite 365 f., sowie Baumol, W. (1), Seite 199 ff.

entgegengerichtete Entwicklungstendenzen in einzelnen Sektoren auftreten.¹⁾

Ist die für alle Sektoren gleiche Wachstumsrate der Endnachfrage zugleich dominierend, und sind alle ihr zugeordneten Niveauelementen positiv, so folgt auch für alle Sektoren Wachstum mit dieser Rate. Die Entwicklung des Gesamtsystems ist in gewissem Sinne stabil, die Produktion tendiert auf lange Sicht zu einem Wachstum mit konstanter Rate, die mit der der Endnachfrage übereinstimmt. Es findet keine Veränderung in der Struktur statt.

Ist dagegen der dominierende Faktor systemendogen und zugleich reell und positiv, so tendiert das System ebenfalls zu einem proportionalen Wachstum aller Sektoren mit dieser Rate, wenn alle zugehörigen Niveauelementen positiv sind. Auch hier ist also Stabilität des Wachstums realisiert, im Unterschied zur vorherigen Situation enthält diese Entwicklung jedoch keine Übereinstimmung von Endnachfragewachstum mit dem der Gesamtwirtschaft. Auf lange Sicht ist hier ein immer stärkerer Anstieg der Intermediär- und Investitionsgüterproduktion im Vergleich zur Konsumgüterproduktion die Folge.²⁾

In beiden genannten Fällen einer Tendenz zu 'stabilem' Wachstum³⁾ ist der Schlüssel zur Bestimmung der sektoralen Wachstumspfade in der Höhe und Struktur der Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage zu suchen, die über die Vorzeichen und die Größenverhältnisse der endogenen

-
- 1) Die Trennung kurz- und langfristiger Aspekte erweist sich damit als unbedingt notwendig bei einer strukturellen Disaggregation des Harrod-Modells mittels der dynamischen Input-Output-Analyse.
 - 2) Zur Unterscheidung verschiedener Möglichkeiten eines stabilen Wachstums vgl. Nikaido, N., (2), Seite 25 ff. und Schumann, J., Seite 185.
 - 3) Anders als im Ein-Sektor-Modell Harrods steht im folgenden wie auch im Teil D der Arbeit lediglich Stabilität und Stetigkeit des Wachstums im Rahmen der Gleichgewichtsdynamik, getrennt nach kurz- und langfristigem Aspekt, im Mittelpunkt der Diskussion. Vgl. dazu Hahn, F.H. and Matthews, R.C.O., S.779 ff. und Neumann, M., S. 11 ff.

Entwicklungsfaktoren und ihrer zugehörigen Niveauelementen entscheiden.¹⁾ Die Koeffizienten-Matrizen können in begrenztem Umfang Informationen über die Entwicklungseigenschaften eines dynamischen Systems liefern.²⁾

Auf die beiden wichtigsten Fragen, ob - abgesehen von der exogen determinierten Endnachfrageentwicklung - in der homogenen Lösung Wachstumsfaktoren mit Werten über Eins existieren und unter welchen Voraussetzungen ein derartiger Faktor dominierend sein kann, wird später im Rahmen eines Zwei-Sektor-Modells eingegangen.³⁾ Die Lösbarkeit derartiger dynamischer Systeme ist an bestimmte Voraussetzungen genereller Art wie nicht-negative Produktionsmengen sowie nicht-negative Mengenänderungen in allen untersuchten Perioden gebunden. Die Matrizen der Lösung

-
- 1) Dies wird in Teil D dieser Arbeit im Rahmen eines Zweisektormodells noch genauer zu untersuchen sein.
 - 2) Voraussetzungen für die Existenz eines Wachstumsfaktors innerhalb der homogenen Lösung sind:
 - (a) Unzerlegbarkeit der Koeffizienten-Matrix a und Existenz der Inversen $(I - a)^{-1}$, d.h. in $(I - a)$ sind nur positive Elemente;
 - (b) Existenz der Inversen der Matrix der Akzelerator-Koeffizienten b^{-1} , d.h. keine lineare Abhängigkeit von Zeilen und Spalten.Entsprechend dem Theorem von Perron hat eine nicht-negative, unzerlegbare Matrix eine positive reelle Wurzel, deren absoluter Wert größer ist als die Beträge aller übrigen Wurzeln. Ausführlicher dazu Yamane, T., Seite 337 ff.; Schumann, J., Seite 189 ff. und Morishima, M., (1), Seite 195.
Aussagen über die Stabilität des Wachstums sind nur möglich durch Vergleich mit der Endnachfrageentwicklung. Aus den Eigenschaften der Koeffizienten-Matrizen sind weitergehende Informationen darüber nicht erhältlich.
 - 3) Nur in einem stark vereinfachten und spezifizierten Modell kann trotz der komplexen Gestalt die Ermittlung von Kriterien für gleichgewichtige und stabile Entwicklung der Produktion in mehreren Sektoren einen vertretbaren Grad an Überschaubarkeit wahren. Vgl. dazu Teil D, Abschnitt III bis V dieser Arbeit.

dürfen daher keine negativen Elemente enthalten¹⁾, und das Endnachfragevolumen in jeder Periode darf die für Intermediär- und Investitionszwecke zur Verfügung stehenden Produktmengen nicht überschreiten. Genauere Aussagen über erforderliche Größenverhältnisse und bestimmte Konstellationen der Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage sind im Rahmen von Multisektorenmodellen nicht möglich. Die Eigenschaften der Matrizen allein enthalten zu wenig Kriterien über mögliche Entwicklungen der Angebots-Nachfrage-Beziehungen mehrerer Sektoren und ihre Charakteristik.

1) Vgl. dazu ausführlich Woodburg, M. A., (1), Seite 341 ff. und Schumann, J., Seite 175 f. und Seite 186 f.

IV. Das geschlossene dynamische System

1. Die Bestimmung und Entwicklung der sektoralen Angebots-Nachfrage-Beziehungen

Ähnlich wie in der statischen Analyse bleibt auch im offenen dynamischen System der Zusammenhang zwischen Beschäftigungsgrad und Konsumnachfrage außer Betracht. Freilich ist im dynamischen Modell diese Einseitigkeit auf den Primärfaktor Arbeit beschränkt, die Höhe und Struktur der Investitionsverflechtung wie auch ihre Entwicklung ist endogen erklärbar. Je nach den durch die Systemlösung determinierten Wachstumspfaden der einzelnen Sektoren wird auch die Nachfrage nach Arbeitskräften - sei es bei Konstanz der sektoralen Arbeitskoeffizienten, sei es bei einer bestimmten zeitabhängigen Entwicklung derselben - entsprechende Schwankungen und Entwicklungen aufweisen. Ein Gleichgewicht auf dem Arbeitsmarkt jedoch bleibt reiner Zufall. Kann aber z. B. das Arbeitskräfteangebot - bei Unterstellung unveränderlicher Arbeitskoeffizienten - mit der durch das System determinierten Entwicklung der Nachfrage nach Arbeitskräften nicht mithalten, so ist nicht nur das erforderliche Wachstum der Produktionsmengen infrage gestellt, sondern auch die als gegeben angenommene Entwicklung der Endnachfrage. Analog zu der Situation, wie sie auch makroökonomisch im Harrod-Modell möglich ist, trifft der durch die Gleichgewichtsrates charakterisierte steilere Pfad des Wachstums auf den durch die natürliche Wachstumsrate des Arbeitskräftepotentials langfristig als Obergrenze determinierten 'ceiling'. Das offene System bietet aber keine Anhaltspunkte dafür, ob eine Stabilisierung auf dem durch

die natürliche Rate bestimmten Pfad möglich ist.¹⁾

Erst die endogene, d. h. von der Produktionsentwicklung in der Gesamtwirtschaft abhängige Bestimmung der Endnachfrage macht einen vollständigen Vergleich eines Verflechtungsmodells mit dem Makromodell Harrods möglich. Der einfachste Ansatz, ein offenes Modell zu schließen und damit die Gleichgewichtsanalyse auf den Arbeitsmarkt mit auszudehnen, besteht - analog zum Vorgang in der statischen Analyse - darin, den Bereich der Haushalte wie einen industriellen Sektor zu behandeln. Anders als in der statischen Analyse bleibt hier jedoch der Dispositionsumfang der Haushalte auf die Konsumnachfrage beschränkt, da über die Kapitalbildung bereits durch die sektorspezifischen Investitionsfunktionen innerhalb des Unternehmensbereichs entschieden wird. Die Konsumnachfrage wird folglich zu der Höhe der laufenden Arbeitsinputs und somit zum Arbeitseinkommen ohne Rücksicht auf etwaige andere Einkommensteile (z. B. Zinseinkommen für die Bereitstellung von Investivkapital) in Beziehung gesetzt.²⁾

1) Vgl. Schumann, J., Seite 200 f. - Konstanz des Kapitalkoeffizienten ist nur dann zu erwarten, wenn die zur Produktionserweiterung benötigten Arbeitskräfte tatsächlich immer zur Verfügung stehen. Andernfalls trifft die Formel gleichgewichtigen Wachstums, die auf der Basis produktionstechnischer Beziehungen beruht (Domar!), nicht zu. Vgl. Neumann, M., Seite 14. Aus diesem Grunde erscheint auch eine Uminterpretation des marginalen Kapitalkoeffizienten zu einem Akzeleratorkoeffizienten als Verhaltenshypothese im Sinne Harrods angebracht, um nicht immer eine bestimmte Entwicklung des Arbeitskräfteangebots postulieren zu müssen.

2) Schumann, J., Seite 212 f.

Entsprechend der (Original-)Version Leontiefs erscheinen die - im offenen Modell exogen bestimmten - Teile der Endnachfrage nun als Input-Nachfrage des n.'Sektors' Haushalte, wobei in Analogie zum Unternehmensbereich zwischen laufendem Verbrauch (Nachfrage nach kurzlebigen Konsumgütern) und langfristigem Gebrauch (Nachfrage nach dauerhaften Konsumgütern) unterschieden wird.¹⁾ Letzteres ist also, wie die unternehmerische Investitionsnachfrage, eine Funktion der jeweiligen Einkommensänderung, während der laufende Verbrauch von dem Einkommensniveau der betreffenden Periode linear abhängig ist.²⁾ Grundsätzlich kann überdies - um die Analogie zwischen Haushaltsbereich und industriellen Unternehmenssektoren zu vervollständigen - von seiten der Industrie Nachfrage nach Arbeit als laufender Input und Nachfrage nach akkumulierter Arbeit in dem Sinne, "daß ein konstantes Verhältnis zwischen der Zahl der an die betreffende Industrie gebundenen Fachkräfte und der Ausbringungsmenge einzuhalten ist", entfaltet werden.³⁾ Allerdings bleibt die Möglichkeit, daß auch von seiten der Haushalte akkumulierte Arbeit als dauerhaftes Konsumgut nachgefragt wird, generell ausgeschlossen.

Formal erfolgt die Schließung durch Erweiterung des endogenen Systemteils von (III.5) um einen Sektor, den n. oder Haushaltssektor, und durch Beseitigung des inhomogenen Teils, des Vektors der Endnachfrage. Daraus folgt:

-
- 1) Hierin besteht eine zusätzliche Möglichkeit, über die durch die interindustrielle Verflechtung gegebene Disaggregation des Harrod-Modells hinauszugehen. Davon wird in einer spezifischen Form in Abschnitt III und IV von Teil D dieser Arbeit Gebrauch gemacht.
 - 2) Leontief, W., (1), Seite 57 f.
 - 3) Schumann, J., Seite 214.

$$(IV.1) \quad X_i(t) - \sum_{k=1}^n a_{ik} X_k(t) - \sum_{k=1}^n b_{ik} [\bar{X}_k(t) - X_k(t-1)] = 0$$

$i = 1 \dots n.$

Der Ausdruck $a_{in} X_n$ enthält folglich die Nachfrage der Haushalte nach Gütern und Dienstleistungen für den laufenden Bedarf in Abhängigkeit von der jeweiligen Höhe des Arbeitseinkommens $X_n(t)$, der Ausdruck $b_{in} [\bar{X}_n(t) - X_n(t-1)]$ die Nachfrage nach dauerhaften Konsumgütern in Abhängigkeit von der Wachstumsrate des Einkommens.²⁾

Die Lösung dieses homogenen Gleichungssystems mit n linearen Gleichungen 1. Ordnung ergibt sich wesentlich weniger kompliziert als die des entsprechenden inhomogenen (offenen) Systems zu:³⁾

$$(IV.2) \quad X_i(t) = c_{i1} \delta_1^t + c_{i2} \delta_2^t + \dots + c_{im} \delta_m^t + c_{in} \delta_n^t$$

$i = 1 \dots n.$

Sie entspricht also genau der homogenen Lösung des offenen Systems, vermehrt um einen Sektor.

1) Hier gilt also für alle b_{in} $i \neq n$.

2) Vgl. dazu auch Leontief, W., (1), Seite 58.

3) In Matrixform:

$$(I-a) \cdot X(t) - b [\bar{X}(t) - X(t-1)] = 0$$

Daraus folgt:

$$(I-a) \cdot \delta \cdot X(t-1) - b \cdot \delta \cdot X(t-1) + b \cdot X(t-1) = 0$$

oder:

$$(I-a) \cdot X(t-1) - b \cdot X(t-1) + b/\delta \cdot X(t-1) = 0$$

d. h.:

$$X(t-1) [I-a-b(1-1/\delta)] = 0$$

oder:

$$X(t-1) [I-a-b \cdot \beta] = 0$$

Voraussetzung für nichttriviale Lösungen des Systems ist Singularität der Matrix $[I-a-b \cdot \beta]$.

Vgl. Yamane, T., Seite 271.

Beträge und Größenverhältnisse der Faktoren $\delta_1 \dots \delta_n$ sind wiederum abhängig von der Struktur der Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage (einschließlich des Haushaltsbereichs), wie sie von den beiden Koeffizientenmatrizen charakterisiert werden.¹⁾ Die n^2 Niveauelementen bestimmen auch hier lediglich die relative Entwicklung der Outputs aller Sektoren zueinander. Für die Ermittlung ihrer absoluten Werte sind gleichfalls zusätzliche Informationen über die Ausgangswerte ('initial conditions') notwendig.²⁾

Wie in der homogenen Lösung des offenen Systems können die Faktoren reell oder komplex sein, wobei komplexe Werte in konjugierten Paaren auftreten. Kurzfristig können sie zusammen mit ihren Niveaufaktoren als Ursache von Output-Schwankungen größere Bedeutung haben. Langfristig wird jedoch bei Existenz eines dominierenden positiven Faktors und positiver zugehöriger Niveauelemente ihr Einfluß auf die gesamte Output-Entwicklung umso rascher abnehmen, je größer der absolute Wert des dominierenden Faktors und je geringer die den komplexen Faktoren zugehörigen Niveauelementen betragsmäßig sind.³⁾

Je nach Größe und Struktur der den einzelnen Wachstumsfaktoren zugeordneten Niveauelementen wird aus dem Zeitverlauf der sektoralen Output-Entwicklungen deutlich, welche Bereiche als 'Wachstumsindustrien' und welche als Schrumpfungssektoren betrachtet werden können. Haben die

-
- 1) Die Faktoren δ_i werden aus der charakteristischen Gleichung der i Matrix $\begin{vmatrix} I - a - b \cdot \delta \end{vmatrix}$ unter der Voraussetzung, daß ihre Determinante Null wird, errechnet.
 - 2) Vgl. Abschnitt III, Punkt 1. dieses Teils.
 - 3) Vgl. dazu die Ausführungen in Abschnitt III dieses Teils, sowie ausführlicher Leontief, W., (1), Seite 61 f. und Woodbury, M. A., (2), Seite 365 ff.

Niveauelementen mit negativen oder komplexen Faktoren großes Gewicht, so handelt es sich um konjunkturrell empfindliche Bereiche. Zumindest kurzfristig hat somit die Input-Output-Struktur und/oder Ausgangssituation eine weitaus größere Bedeutung für die Entwicklung in den einzelnen Sektoren als die Höhe und das Verhältnis der Faktoren zueinander.

2. Kreislaufgleichgewicht und Stabilität der Entwicklung

Anders als im offenen System ergeben sich die Wachstumseigenschaften in einem geschlossenen Modell *a l l e i n* aus den intra- und intersektoralen Verflechtungsbeziehungen zwischen den erfaßten Sektoren. Die Analyse der Stabilität eines Wachstumspfadcs bei Gleichgewicht der Kreislaufgrößen, die auf einem einmal realisierten Gleichgewichtszustand aufbaut, ist daher nicht auf die absoluten Niveaus der Sektor-Outputs in diesem Zeitpunkt angewiesen. Lediglich zur Ermittlung der absoluten Höhe der Produktion in einem beliebigen Zeitpunkt *t* ist die Kenntnis der in den Niveauelementen enthaltenen Ausgangssituation unerläßlich.¹⁾

Auf lange Sicht bedeutet - wie im offenen System - die Existenz eines dominierenden reellen positiven Wachstumsfaktors verbunden mit positiven Niveauelementen für alle Sektoren gleiches Wachstum mit der entsprechenden Rate ($\delta - 1$). Dies wäre zugleich stabil in dem Sinn, daß neben allen Sektoren auch das Angebot an Arbeitskräften mit eben derselben Rate zur Aufrechterhaltung des Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts wachsen müßte. Dieser Wachstumsfaktor, der

1) Leontief, W., (1), Seite 63.

zugleich dominierend ist, muß einen Wert haben, der über Eins liegt, wenn nicht langfristig eine Niveaustabilisierung aller Outputs in Richtung auf einen stationären Zustand stattfinden soll.

Bestimmte Eigenschaften der Koeffizientenmatrizen, die in der Regel als erfüllt angesehen werden können, lassen - wie im offenen System¹⁾ - auf die Existenz eines positiven reellen Faktors mit einem absoluten Wert über Eins und eines zugehörigen Eigenvektors mit ausschließlich positiven Elementen schließen.²⁾ Die Existenz weiterer positiver reeller Faktoren ist damit jedoch nicht ausgeschlossen, d. h. daß andere Faktoren dominieren können, denen nicht unbedingt für jeden Sektor eine positive Niveauelemente zugeordnet sein muß.³⁾ Die Möglichkeit zu einem langfristig proportionalen Output-Wachstum aller Sektoren mit gleicher Rate ist daher auf den Einzelfall beschränkt, in dem der Wachstumsfaktor des positiven Eigenvektors zugleich auch dominiert.⁴⁾

1) Abschnitt III, 2. Punkt dieses Teils.

2) Wie die Verflechtungsbeziehungen in derartigen Fällen gestaltet sein müssen, kann nur eine genauere Analyse, die nicht auf ein Multisektor-System mit beliebig vielen Bereichen ausgedehnt ist, zeigen (Teil D, Abschnitte III und IV).

Entsprechend den Ausführungen zum offenen System [vgl. Anm. 2) Seite 65] werden allgemein vorausgesetzt:

(a) Existenz der Inversen der Matrix $(I-a)$, d.h. ihre Determinante $|I-a|$ muß ungleich Null sein. Die Koeffizienten in den Spalten dürfen sich folglich nicht - im Gegensatz zum statischen Modell (vgl. Abschnitt II, 2. Punkt dieses Teils - zu Null addieren.

(b) Existenz der Matrix b^{-1} , d. h. auch ihre Determinante muß von Null verschieden sein.

Vgl. dazu Schumann, J., Seite 217.

3) Dies wird ebenfalls die Untersuchung der einzelnen Verflechtungskoeffizienten im nächsten Teil zeigen.

4) Damit ist zwar, wie noch deutlich werden wird, ein Expansionsgleichgewicht der Gesamtwirtschaft unter sehr langfristigem Aspekt determiniert, steht aber in gewissem Gegensatz zu der eher kurzfristig ausgerichteten Gleichgewichtsanalyse Harrods.

D. Die Verbindung: Intra- und intersektorale Verflechtung
im gleichgewichtigen Wachstum^{*)}

I. Disaggregation eines Wachstumsmodells vom Typ Harrods
durch die dynamische Input-Output-Analyse

1. Fragestellung

Wie die Darstellung und Interpretation sowohl des offenen als auch geschlossenen dynamischen Input-Output-Systems zeigt, muß eine Wirtschaft, die im Gleichgewicht mit konstanter Rate wachsen soll, eine Reihe von Anforderungen hinsichtlich ihrer strukturellen Verflechtung erfüllen.¹⁾ Harrod umgeht dieses Problem, indem er seinen repräsentativen Unternehmer derart definiert, daß sämtliche strukturellen Unterschiede im unternehmerischen Produktions- und Investitionsverhalten und ihre Wirkungen kompensiert werden.²⁾ Es erscheint jedoch sehr zweifelhaft, daß sich derartige strukturelle Divergenzen, die Harrod als durchaus vereinbar mit einem gesamtwirtschaftlichen gleichgewichtigen und stetigen Wachstum betrachtet, nicht in Störungen dieses Gleichgewichts und damit kumulativen Abweichungen vom Gleichgewichtspfad niederschlagen. Selbst wenn für die einzelnen Sektoren und damit - bei hinreichend hohem Disaggregationsgrad für jeden einzelnen Unternehmer -

*) Herrn Dipl.-Math. O. Hass bin ich für seine wertvolle Hilfe bei der Formulierung der Modelle in diesem Teil sowie bei der Beweisführung im Anhang zu Dank verpflichtet.

1) Vgl. dazu Teil C, Abschnitt III, Punkt 2. und IV, Punkt 2.

2) Vgl. Teil B, Abschnitt III.

gleiche Entscheidungs- und Reaktionsmuster unterstellt werden (Harrod selbst äußert sich dazu nicht ausdrück-lich), scheint es in Anbetracht der dargestellten struk-turellen Anforderungen an das Nachfrageverhalten der Unternehmer fraglich, ob Wachstumsdifferenzen größeren Ausmaßes zwischen den Sektoren der Gesamtwirtschaft mit einem stetigen Gleichgewichtswachstum vereinbar sind.¹⁾ Ist das stationäre Gleichgewicht durch Wiederholbarkeit der Kreislaufströme auf gleichem Niveau unter Wahrung der Angebots-Nachfrage-Gleichheit für jeden einzelnen Sektor gekennzeichnet,²⁾ so erfordert das Expansionsgleichgewicht eine Vergrößerung bzw. Veränderung mit gleicher Rate ohne unfreiwillige Bestandumschichtungen bei den einzelnen Aggregaten. Es wird also zu prüfen sein, ob die These Harrods von der Kompensation struktureller Wachstums-differenzen unter diesem Aspekt erhebliche Modifikatio-nen erfahren bzw. völlig abgelehnt werden muß, wenn unter Beibehaltung seiner Annahmen bezüglich des unternehmeri-schen Verhaltens sowohl die intra- als auch die intersekt-orale Verflechtung explizit berücksichtigt werden.

Die Konzeption der Input-Output-Analyse ist zu diesem Zweck besonders geeignet, weil sie eine doppelte Interpre-tationsmöglichkeit bietet: Einmal kann die ex post-Identität von Käufen und Verkäufen innerhalb einer disaggregier-ten Volkswirtschaft im Mittelpunkt der Analyse stehen,³⁾

1) Vgl. dazu auch Neumann, M., Seite 12.

2) Vgl. Helmstädter, E., (2), Seite 3 f.

3) Zur Frage der buchhalterischen Gleichheit der sektora-len Käufe und Verkäufe vgl. Dorfman, R., Seite 123. Dieser Aspekt stand bei Leontief im Vordergrund, als er die Input-Output-Analyse auf der Grundlage empiri-scher Tabellen entwickelte und ausbaute. Erst später stellte er den Gleichgewichtscharakter von Input-Output-Systemen und damit eine strukturorientierte Gleichgewichtsentwicklung als analytischen Maßstab mehr in den Vordergrund seiner Betrachtung. Vgl. Leontief, W., (3), Seite 212 f.

zum anderen können alle Koeffizienten als Ausdruck bestimmter Verhaltensparameter aufgefaßt werden, in denen sich jeweils die von den Unternehmern der einzelnen Sektoren erwünschten Angebots-Nachfrage-Beziehungen widerspiegeln.¹⁾ Unter diesen Aspekten tritt die Input-Output-Analyse damit der Harrodschen makroökonomisch ausgerichteten Gleichgewichtsanalyse als Strukturwachstumsmodell adäquat gegenüber. Die konkreten Anforderungen, die im Interesse eines gleichgewichtigen und stetigen Wachstums im Sinne Harrods an die Verhaltensstruktur und damit die Angebots- und Nachfragebeziehungen zwischen den einzelnen Unternehmern und Sektoren gestellt werden, sind jedoch zum Teil unbekannt oder bedürfen einer genaueren Erklärung. Nach Bombach stellt das unter Einschluß von intersektoralen Verflechtungsbeziehungen abgeleitete interindustrielle Gleichgewicht der dynamischen Input-Output-Analyse eine Extrembedingung im Konzept eines ausgewogenen Wachstums dar. Das ist vor allem darauf zurückzuführen, daß die Input-Output-Analyse durch die Einbeziehung der Vorleistungsverflechtung das Kreislaufgleichgewicht nicht nur auf ein ausgewogenes Wachstum der Endproduktion beschränkt.²⁾

Gleichzeitig kritisiert Bombach die Vielfalt disaggregierter Systeme, ohne daß sie in der Lage wären, Möglichkeiten zur Realisierung eines stetigen und harmonischen Wachstums aufzuzeigen. Grund dafür ist ihre nicht hinreichend operationelle Konzeption, die eine direkte Verwendung als Planungsgrundlage ausschließt.³⁾ Genaue Informationen über die strukturellen Voraussetzungen einer im Gleichgewicht expan-

1) Je stärker der Grad der Disaggregation, umso eher ist mit gleichen Reaktionsmustern der Unternehmer auf sektoraler Ebene zu rechnen, ohne daß kompensatorische Gegenbewegungen, wie in Harrods Modell, unterstellt werden müssen.

2) Bombach, G., (1), Seite 797.

3) Ebenda, Seite 797.

dierenden Wirtschaft sind dabei jedoch unerlässlich. Besonders Helmstädter weist auf die Aktualität der Harrodschen Gleichgewichtskonzeption und Instabilitätstheorie hin, in denen durchaus wachstumspolitische Ansatzpunkte für eine bessere Kontrolle von Konjunkturausschlägen im Sinne von Gleichgewichtsstörungen erkennbar sind.¹⁾ Dies gilt dann umso mehr für die strukturpolitischen Schlußfolgerungen, die sich im Interesse eines gesamtwirtschaftlichen Wachstumsgleichgewichts hinsichtlich der Entwicklung und Veränderung der interindustriellen Struktur auf der Basis der wechselseitigen wirtschaftlichen Verflechtung ergeben würden. Voraussetzung dafür ist jedoch hinreichend genaue Information über eine mit Wachstumsgleichgewicht vereinbare und daher erforderliche strukturelle Entwicklung. Die gesamtwirtschaftlichen Wirkungen struktureller Veränderungen werden jedoch nicht voll erfaßt, solange sich die Analyse auf die Höhe und Entwicklung des Netto sozialprodukts beschränkt, wie es nach Harrod im Interesse einer unkomplizierten Darstellung erforderlich ist.²⁾ Dies wird besonders deutlich an dem Beispiel von H. Brems, in dem er Harrods Instabilitätstheorie graphisch veranschaulicht.³⁾ Nach Brems ist die Ursache für die Neigung zu kumulativen Störungen in Harrods Modell auf die spezifische lag-Annahme in der Investitionsfunktion zurückzuführen. "The instability of a growth model of the Harrod-Domar typ can be made to shade over into stability by simply lengthening the time unit on which investment planning is based and thus continuously weakening the induced character of investment."⁴⁾ Brems vernachlässigt dabei jedoch, daß der zur Realisierung der nunmehr vervielfachten Outputhöhe erforderliche Mehrbedarf an laufenden Verbrauchsgütern

1) Vgl. Helmstädter, E., (2), Seite 16 f.

2) Vgl. Teil B, Abschnitt II.

3) Brems, H., Seite 614 ff.

4) Ebenda, Seite 625.

(einschließlich Reinvestition) entsprechend höher ist als in einer kürzeren Planungsperiode. Die von Brems postulierte Abflachung der Nettoinvestitionsnachfragekurve muß dementsprechend um den höheren Bedarf an Reinvestitionen - der technisch bedingte Verschleiß ist weitgehend unabhängig von der Planungsperiode - korrigiert werden. Ob unter zusätzlicher Berücksichtigung des nicht verringerten Intermediärbedarfs - der Output ist ja nicht geringer geworden - ein stabiles Wachstumsgleichgewicht, wie es Brems darstellt, erhalten wird, muß stark bezweifelt werden.¹⁾ Wie Harrod in seiner Replik auf mehrere kritische Bemerkungen zu seinem Modell ausdrücklich betont, ist für ihn nicht ein lag, wie z. B. in den ökonometrisch konzipierten Konjunkturmodellen, Ursache von Schwankungen und Störungen, sondern seine grundlegende Antinomie.²⁾ Insofern ist sein Instabilitätstheorem nicht abhängig von bestimmten Verzögerungen der verwendeten Investitionsfunktion, sondern vielmehr Ausfluß von Verhaltensweisen der Wirtschaftssubjekte. Entscheidend ist daher, ob die zusätzliche Einbeziehung der strukturellen Verflechtung der Gesamtwirtschaft im Bereich der Intermediär- und Investitionsgüter wesentlichen Einfluß auf die Höhe und Stabilität eines Gleichgewichtswachstums auszuüben vermag. Diese Frage läßt sich nur dann als reiner Struktureffekt (isoliert) unter Zuhilfenahme der Input-Output-Analyse behandeln, wenn die zugrunde gelegten Annahmen über das Produktions- und Investitionsverhalten in den verschiedenen Sektoren der Wirtschaft mit denen Harrods möglichst weitgehend übereinstimmen, also ebenfalls von der Art

1) Brems, H., Seite 621 ff.

2) Harrod, R. F., (3), Seite 262 f.

Vgl. jedoch Allen, R.G.D., Seite 190 ff.

und Wirkung verschiedener Verzögerungsannahmen abstrahiert wird.¹⁾

Die Beibehaltung und Übertragung von Harrods Beweisführung erfordert es, die im Modell verwendeten Koeffizienten nicht mehr als rein technisch bedingte Input-Output-Relationen anzusehen, sondern vielmehr als Ausdruck einer von den Unternehmern erwünschten und im Gleichgewicht durch ihre Verhaltensweisen bestätigten²⁾ Angebots- und Nachfragesituation. Wie in Harrods System wird damit die Produktions- und Investitionsentwicklung determiniert, die unter strukturellem Aspekt ein unternehmerisches Verhaltensgleichgewicht widerspiegelt und damit Fortsetzung mit gleichen Raten ermöglicht. Auf dieser Grundlage kann dann der Koeffizientenbereich, bzw. die Verhaltensstruktur bestimmt und eingegrenzt werden, die - im Sinne Harrods - ein gleichgewichtiges und stetiges Wachstum der Gesamtwirtschaft und/oder des Sektoroutputs gewährleistet. Es wird dabei zu untersuchen sein, ob die zugrunde gelegten sektorbezogenen unternehmerischen Verhaltensweisen einen höheren Grad an Wachstumsstabilität herbeiführen können als die Harrodsche Konzeption des repräsentativen Unternehmers.

- 1) Nach Ott entscheidet die Datierungsfrage im Harrod-Modell darüber, ob ein Überschuß der Investitionen über die Ersparnis notwendig ist für ein Wachstum des Volkseinkommens, die Gleichheit von Investition und Ersparnis also eine mit einer positiven Wachstumsrate des Volkseinkommens unvereinbare Bedingung darstellt. Gerade diese Sicht lehnt jedoch Harrod als seinem Modell völlig wesensfremd ab, da Gleichungen lediglich bestimmte grundsätzliche Verhaltensweisen und ihr Zusammenwirken wiedergeben, aber nicht unbedingt die tatsächlich beobachteten Reaktionsverzögerungen und Anpassungsprozesse. Vgl. dazu Ott, A. E., (2), Seite 214, Harrod, R. F., (2), Seite 86 und derselbe, (3), Seite 268 f.
- 2) Harrod verwendet dafür nicht die Bezeichnung "ex ante" oder geplante, sondern "gerechtfertigte" oder "erforderliche" Investitionen ("justified" bzw. "required investment"). Vgl. Harrod, R. F., (2), Seite 270.

2. Das Modellsystem

In einer strukturorientierten Wachstumsanalyse können die makroökonomisch formulierten Beziehungen des Harrod-Modells nicht alle ohne weiteres auf einzelne Sektoren der Wirtschaft übertragen werden.

Während die ursprüngliche lineare Output-Abhängigkeit des Intermediärbedarfs der einzelnen Sektoren, die im Zuge der Disaggregation des Harrod-Modells zugleich eine Erweiterung auf Bruttoproduktionswerte bedeutet, als Näherungshypothese auch in der Literatur verbreitete Anwendung findet,¹⁾ ist Harrods Formulierung und Interpretation der Akzeleratorhypothese als makroökonomische Investitionsfunktion heftig diskutiert und kritisiert worden.²⁾ Insbesondere wurde die von Harrod "unterstellte" Verzögerung der Akzeleratorfunktion als Ursache eines Instabilitätstheorems bezeichnet.³⁾ Nicht nur deshalb, weil Harrod spezifische Verzögerungsmaßnahmen als Gründe von Gleichgewichtsstörungen ablehnt⁴⁾ und die Kritik an seiner Funktion auf zum Teil noch weniger plausiblen Annahmen beruht, sondern auch, um in einem Struktur-Wachstums-Modell die makroökonomisch abgeleiteten Thesen Harrods zu überprüfen,

-
- 1) Vgl. dazu sowie zu möglichen Verbesserungen dieses Konzepts insbesondere Dorfman, R., Seite 123 ff., Evans, D. and Hoffenberg, M., Seite 87 ff., Hurwicz, L., Seite 629 ff., Johansen, L., (1), Seite 41 f. und derselbe, (2), Seite 157 ff., Klein, L. R., (2), Seite 131 ff., Kuenne, R. E., (1), Seite 353, Leontief, W., (2), Seite 36 ff., Miernyk, W. H., Seite 38 ff. und Platt, H., Seite 61.
 - 2) Vgl. dazu die in Anm. 2), Seite 91 angeführte Literatur.
 - 3) Brems, H., Seite 615 ff.
 - 4) Harrod, R. F., (2), Seite 86 und derselbe, (3), Seite 268 f., sowie Hamberg, D., Seite 66.

wird seine Vorstellung vom unternehmerischen Investitions-Verhalten unverändert übernommen. Diese Übertragung auf die sektorale Ebene der Wirtschaft ist auch dadurch gerechtfertigt, daß die Aggregatbildung zu einem durchschnittlichen Unternehmer-Verhalten aus einer Vielzahl von Einzelentscheidungen, wie sie Harrod in seinem repräsentativen Unternehmer für die Gesamtwirtschaft postuliert, umso wahrscheinlicher ist, je homogener die unterstellte Verhaltens- und Entscheidungsstruktur im disaggregierten Modell ist.

Dies gilt jedoch nicht für die Bestimmung des Konsum- und Sparverhaltens der Wirtschafts-Subjekte. Die im Makro-Modell kreislaufmäßig einfache Rückkoppelung des einkommensabhängigen Konsum- und Spar-Volumens der Haushalte an das gesamtwirtschaftliche Produktionsvolumen ist nicht ohne weiteres auf eine sektoral gegliederte Wirtschaft übertragbar. Je stärker der Disaggregationsgrad, d. h. je größer die Zahl der im Modell erfaßten Sektoren und je geringer ihr durchschnittlicher Beitrag zum Gesamtprodukt, umso eher ist die auf jeden einzelnen Sektor zukommende Nachfrage eine von seinem Produktionsvolumen unabhängige Größe. Dieser Umstand legt daher zunächst eine modellexogene Bestimmung der Endnachfragehöhe und Entwicklung im Rahmen des offenen Systems nahe, um die Wirkungen einer bestimmten Nachfrageentwicklung auf die Produktion in den einzelnen Sektoren isoliert untersuchen zu können.

In der Literatur werden überwiegend konstante Endnachfrage-Niveaus oder zumindest gleiche Wachstums-

raten für alle Sektoren unterstellt.¹⁾ Diese Annahmen sind jedoch in einer wachsenden Wirtschaft gleichermaßen implausibel²⁾ und werden insbesondere aus rechentechnischen Gründen eingeführt.³⁾ Unabhängig davon, welche Faktoren Höhe und Entwicklung der jeweiligen sektoralen Endnachfrage bestimmen, muß grundsätzlich die Möglichkeit eines unterschiedlichen Wachstums der einzelnen Endnachfrage-Komponenten unterstellt werden. Diesem Erfordernis kann nur in einem entsprechend reduzierten offenen System ohne wesentliche Einbuße an Überschaubarkeit Rechnung getragen werden. Im Vordergrund der Gleichgewichtsanalyse steht dabei die Frage nach dem Verhalten der Unternehmer, das unter Berücksichtigung der im Modell erfaßten wechselseitigen Wirkungen eines unterschiedlichen Endnachfragewachstums auf alle sektoralen Output-Entwicklungen ein gleichgewichtiges und stetiges Wachstum der Produktion ermöglicht. Die Gleichgewichtsanalyse muß sich hier, wie schon bei der Diskussion des offenen Systems deutlich wurde,⁴⁾ auf die Voraussetzung eines Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts zwischen Konsum-, Investitions- und Intermediärnachfrage und Güterangebot der einzelnen Sektoren beschränken, ohne der Einkommens-Abhängigkeit der Konsum-

-
- 1) Z. B. bei Morishima, M., (3), Seite 375 und derselbe (1), Seite 55 sowie Sargan, J. D., (1), Seite 384, Solow, R., (3), Seite 34 f. Vgl. auch Jaksch, H., (1), Seite 40 ff. Konstante und gleiche Wachstumsraten verwenden auch: Leontief, W., (1), Seite 63 ff., Schumann, J., S. 168 ff. und Morishima, M., (1), Seite 71 ff. und Seite 106 ff.
 - 2) Vgl. dazu u. a. Neumann, M., Seite 82.
 - 3) Die Berücksichtigung unterschiedlicher Wachstumsraten der Endnachfrage hat in der Formulierung von n-Sektoren-Modellen erhebliche Komplizierungen, selbst unter Verwendung der Matrix-Schreibweise, zur Folge, da jeweils einem Element des Endnachfragevektors ein einzelner Wachstumsfaktor zugeordnet werden müßte. Während in einem Vorschlag von Stone und Brown lediglich eine Näherungslösung für den Fall unterschiedlicher Wachstumsraten der Endnachfrage zu sehen ist, erfordert die von Mathur angegebene Methode eine der Anzahl der verschiedenen Wachstumsraten entsprechende Zahl zusätzlicher Matrixinversionen. Vgl. Stone, R. and Brown, J. A. C., Seite 214 ff., Mathur, P. N., Seite 73 ff. und Mukerji, V., Seite 77 ff.
 - 4) Vgl. Teil C, Abschnitt III, 2. Punkt.

höhe und -struktur Rechnung tragen zu können. Die exogene Bestimmung der sektoralen Endnachfrage-Niveaus und ihrer Entwicklung erfolgt dabei unabhängig von den strukturellen Verflechtungszusammenhängen und Produktions-Niveaus.¹⁾ Die Darstellung eines Zusammenhangs zwischen der ermittelten Produktionsentwicklung der Sektoren und der Gesamtwirtschaft und den der exogenen Nachfragebestimmung zugrunde gelegten Determinanten bleibt notwendig außerhalb der Gleichgewichts-Betrachtung.²⁾ In deren Mittelpunkt steht die unternehmerische Reaktion im Investitions- und Produktions-Verhalten auf ein bestimmtes Spar- und Konsumverhalten, deren Determinanten modellmäßig jedoch nicht wie im Makro-Modell Harrods in irgendeiner Beziehung zur Produktionsentwicklung der Gesamtwirtschaft stehen. Der Charakter des untersuchten Gleichgewichts bleibt also im offenen System auf einen Ausschnitt der gesamten Gleichgewichtskonzeption des Harrod-Systems beschränkt.

Erst die Kenntnis der Höhe und zeitlichen Entwicklung der Einkommens-Nachfrage-Elastizitäten der Konsum-Nachfrage nach den im Modell erfaßten Gütern bietet die Möglichkeit, im nächsten Schritt der Analyse eine dem Makro-Modell entsprechende Rückkoppelung an das Gesamt-Produktions-Niveau der jeweiligen Periode einzuführen.³⁾ Hier entspricht die

1) Zu den Verfahren zur Ermittlung von Endnachfragefunktionen vgl. u.a. Gerfin, H., S. 29 ff. und S. 88 ff.

2) Vgl. Teil C, Abschnitt III.

3) Im Gegensatz zu der geschlossenen Version des dynamischen Modells bei Leontief wird der Bereich der privaten Haushalte nicht wie ein n.Industriesektor und die Konsumnachfrage nicht als rein technisch bedingte Funktion des Arbeitsoutputs behandelt, sondern das gesamte Volkseinkommen als Determinante in einer Verhaltensfunktion betrachtet. Zur theoretischen Problematik der Schätzung von Höhe und Entwicklung sektoraler Konsumkoeffizienten vgl. Gerfin, H., Seite 102 ff. und Seite 176 ff.
Eine Vorausschätzung der Wachstumsraten der Nachfrage nach verschiedenen Konsumgütern auf der Basis von Einkommenselastizitäten bis zum Jahre 1975 für die USA findet sich bei Almon, Cl., (3), Seite 31 ff.
Vgl. dazu auch Johansen, L., (1), Seite 2.

Gleichgewichtsanalyse in vollem Umfang der Fragestellung Harrods nach einem Kreislauf-Gleichgewicht bei stetiger Expansion der Gesamtwirtschaft.¹⁾ Die Zielsetzung, Harrods makroökonomisch formulierte Gleichgewichts- und Stabilitätsdiskussion unter strukturellem Aspekt zu analysieren, erfordert auch hier eine möglichst weitgehende Übereinstimmung in den unterstellten Konsum- bzw. Sparverhaltensweisen. Eine lineare Niveauabhängigkeit des Spar- oder Konsumverhaltens bezüglich der im Modell erfaßten Sektoren entspricht weitgehend der aggregierten Betrachtungsweise Harrods, die damit als Näherungshypothese auch für nicht-lineare Abhängigkeit der Konsumnachfrage vom Einkommensniveau der betreffenden Periode angesehen werden kann.²⁾ Niveau und Entwicklung des Spar- bzw. Konsum-Volumens werden dadurch im Modell als endogene Größen behandelt und auf der Basis der angenommenen Verhaltensweisen und strukturellen Verflechtung im Zusammenhang mit der gesamtwirtschaftlichen Produktionsentwicklung erklärt. Die formale Handhabung dieser Beziehung als homogenes Gleichungssystem hat zwar den Vorteil einer größeren Überschaubarkeit und erweiterten Gleichgewichtsbetrachtung, dagegen aber den Nachteil, die Wirkungen einer autonomen Beeinflussung und Änderung der Endnachfrage-Komponenten nicht erfassen zu können. Entscheidend ist jedoch, daß diese Konzeption eine geeignete Methode zu einer strukturell erweiterten und verallgemeinerten Wachstums-Analyse im Sinne Harrods darstellt

1) Auch hier bleibt entsprechend der Fragestellung die Situation und Entwicklung auf dem Arbeitsmarkt außerhalb der Gleichgewichtsbetrachtung.

2) Sie ist damit nur eine mögliche Hypothese zur Erklärung der End- oder Konsumnachfrage, wobei entsprechend der Harrodschen Formulierung auf eine Niveaukonstante (Mindestkonsummenge) verzichtet wird, da für eine Vielzahl von Sektoren langfristig kaum mit unveränderlichen Sektor-Mindestkonsummengen zu rechnen ist. Vgl. dagegen Schumann, J., Seite 225 ff. Allgemein dazu siehe Gerfin, H., Seite 30.

und insofern eine Vergleichbarkeit mit seinen Schlußfolgerungen noch am besten ermöglicht.¹⁾

3. Reduktion der Untersuchung auf ein Zwei-Sektor-Modell

Wie die Darstellung und Interpretation dynamischer Input-Output-Systeme zeigte, gibt es nur einige wenige Anhaltspunkte für die Beschreibung der Eigenschaften eines bestimmten sektoral untergliederten Wachstumsmodells.²⁾

Diese Hinweise bestehen fast ausschließlich in streng determinierten Anforderungen an die Koeffizienten-Matrizen, bei deren Erfüllung gewisse sektorale und gesamtwirtschaftliche Output-Entwicklungen realisiert werden können. Eine detaillierte Beschreibung und Auswertung derartiger Voraussetzungen ist jedoch, sofern in der theoretischen Analyse keine Beschränkung der Sektor-Zahl vorgenommen wird,³⁾ nur auf sehr abstraktem und mathematisch komplexem Niveau möglich. Der konkrete Bezug zu den ökonomisch als notwendig unterstellten Tatbeständen und Verhaltensweisen leidet dabei in der Regel nicht unerheblich, so daß

1) Vgl. dazu auch das andersartige Vorgehen Bears, der lediglich eine sektorale Aufspaltung der Harrod-Domar-Gleichgewichtsbeziehungen unter Modifikation der Bestimmungsgleichungen vornimmt, wechselseitige Angebots-Nachfrage-Verflechtungen damit aber nicht zu erfassen vermag.

Bear, D. V. T., Seite 156 ff.

2) Vgl. Teil C, Abschnitte III und IV.

3) Dies ist fast ausschließlich in der theoretischen Analyse von dynamischen Input-Output-Systemen der Fall, da der Vorteil einer Formulierung in Matrixform prinzipiell keine Einschränkungen der möglichen Sektoranzahl erforderlich macht. Vgl. hierzu u. a. Schumann, J., Morishima, M., (1), Georgescu-Roegen, N., Seite 116 ff., Jaksch, H. J., (1), Seite 403 ff.

die praktische Aussage und Verwendbarkeit der Schlußfolgerungen im unklaren bleibt.¹⁾ Gerade auf den ökonomischen Gehalt seiner modellmäßigen Erkenntnisse legte jedoch Harrod besonderen Wert, so daß er auch im Vordergrund einer strukturbezogenen Gleichgewichts-Analyse des Wirtschaftswachstums stehen muß. Diese Zielsetzung legt es nahe, im Interesse einer einfachen und überschaubaren Darstellung das Modell in seinem Umfang auf zwei Sektoren zu beschränken, ohne jedoch die Methodik des Vorgehens im wesentlichen zu ändern.²⁾ Der Vorteil einer derartigen Beschränkung äußert sich insbesondere darin, daß dennoch die intra- und intersektorale Verflechtung im Intermediär und Investitionsgüterbereich erfaßt wie auch verschiedene Entwicklungen der exogenen Endnachfrage im Rahmen des offenen Modells unterstellt werden können. Wie in Multi-sektorenmodellen enthalten auch im Zwei-Sektor-Modell die

1) Vgl. hierzu insbesondere Morishima, M., (1) und derselbe, (4). Bezeichnend ist Kades Stellungnahme zu Morishima, M., (1): "Im Mittelpunkt der Analyse des ganzen Buches stehen Existenz- und Stabilitätsbeweise, die mathematisch elegant abgehandelt werden..... Die bewundernswerte formale Eleganz der Darstellung kann nicht darüber hinwegtäuschen, daß die Wachstumstheorie zu einem Glasperlenspiel auszuarten droht, bevor sie noch die dringend notwendige Hilfestellung für die staatliche Wachstumspolitik bereitzustellen vermochte. Bei aller Zurückhaltung gegenüber umfangreichen Methodendebatten, hier wäre etwas methodologische Reflexion notwendig, bevor die Wachstumstheorie völlig in 'playometrics' (R. Frisch) abgeleitet." Kade, G., (2), S. 417.

2) Praktisch bedeutet dies die Reduktion von n Sektoren auf $n = 2$, da die Zahl der Komponenten, die die Wachstumspfade der einzelnen Sektoren und damit der Gesamtwirtschaft bestimmen, und der in ihnen enthaltenen sich überlagernden Einflüsse umso größer ist, je umfangreicher das Modell an Sektoren. In offenen Systemen sind zusätzlich die exogenen Nachfrageeinflüsse zu berücksichtigen. Vgl. dazu insbesondere Abschnitte II und III dieses Teils.

einzelnen Teilkomponenten, aus denen die Wachstumspfade der Sektoren und der Gesamtwirtschaft ermittelt werden können, bereits alle Koeffizienten der intersektoralen Nachfrage-Verflechtung, die jedoch bei der vorgenommenen Einschränkung auf ein Zwei-Sektor-Modell explizit genannt werden können.¹⁾ Als Sonderfall des n-Sektor-Systems müssen dabei auch allgemeine Matrixanforderungen für ein gleichgewichtiges und stabiles Wachstum der Gesamtwirtschaft erfüllt sein.²⁾ Obwohl auch hier die in der Literatur übliche Trennung in Investitions- und Konsum-Güter-Sektor zugrunde gelegt wird, unterscheidet sich das Modell doch wesentlich von den verbreiteten Zwei-Sektor-Modellen nicht nur durch die andersartige Fragestellung,³⁾ sondern vor allem durch die explizite Berücksichtigung der intermediären und investiven Güternachfrage

- 1) Nach Vosgerau sind Zwei-Sektoren-Modelle vorzüglich dazu geeignet, die Anzahl der vorkommenden Größen in überschaubaren Grenzen zu halten und dennoch den "harten Kern" des ökonomischen Mechanismus einer strukturell differenzierten und wachsenden Wirtschaft bloßzulegen. Vosgerau, H.J., Seite 31. Ähnlicher Ansicht ist Hawkins, D., Seite 309 und 319. Vgl. auch Neumann, M., Seite 46 ff.
- 2) Vgl. dazu die Darstellungen von Schumann, J., Seite 185, Morishima, M., (1), Seite 195 und Nikaido, H., (2), Seite 26, sowie allgemein Yamane, T., Seite 337.
- 3) Während Harrods Fragestellung entsprechend bestimmte unternehmerische Produktions- und Investitionsverhaltensweisen als Voraussetzungen eines gleichgewichtigen und stetigen Wachstums im Vordergrund der Analyse stehen, fragen die in der Literatur verwendeten Modelle der Gleichgewichtsdynamik nach derjenigen Entwicklung der Kapitalintensität, die mit stetigem und stabilem Wachstum der Gesamtwirtschaft kompatibel ist. Die Bedingungen für eine simultane Bestimmung der "erforderlichen" (steady state) Kapitalintensität und Lohn-Profit-Relation sind abhängig von der zugrunde gelegten Sparfunktion (Klassischer oder Keynescher Typ), der Ausgangssituation der Kapitalintensität in beiden Bereichen (Kapitalgüter- und Konsumgüterproduktion) sowie der Höhe der gesamtwirtschaftlichen wie auch sektoralen Substitutionselastizität zwischen den beiden Faktoren. Vgl. dazu Hahn, F.H. and Matthews, R.C.O., Seite 812 ff., Vogt, W., Seite 155 ff. und Vosgerau, H.J., Seite 38 ff.

innerhalb und zwischen den beiden Sektoren. 1) 2)

Damit aber wird eine eingehende, überwiegend ökonomisch ausgerichtete Analyse der Wirkungen differenzierten unternehmerischen Produktions- und Investitions-Verhaltens für eine gleichgewichtige sektorale und gesamtwirtschaftliche Entwicklung möglich. Sie äußert sich im Rahmen des offenen, nunmehr auf zwei Sektoren reduzierten Systems in der Frage nach dem Investitionsverhalten und der Produktionsentwicklung in den beiden Sektoren, die eine Angebots-Nachfrage-Gleichheit bei stetiger Expansion gewährleisten. Die kreislaufmäßige Schließung des Systems ermöglicht bei der vorgenommenen Sektoreinteilung eine weitere Vereinfachung, durch die - ohne Berücksichtigung autonomer, modellexogener Investitionen - das Problem einer gleichgewichtigen und stetigen, strukturell verknüpften Angebots-Nachfrage-Entwicklung im Sinne Harrods diskutiert werden kann. In beiden Fällen wird untersucht, ob und inwieweit bereits im Zwei-Sektor-Fall die Berücksichtigung der intra- und intersektoralen Verflechtung sowohl im Intermediär- als auch im Investitions- und Konsumgüterbereich zu einer Modifikation der Harrodschen Gleichgewichtswachstumsrate und der Stabilität des Wachstumspfades führt.

-
- 1) Vgl. hierzu vor allem die von Uzawa formulierten Zwei-Sektoren-Modelle und die sich daran anschließende Diskussion. Uzawa, H., (1), Seite 40 ff., Solow, R., (2), Seite 48 ff., Takayama, Seite 95 ff., Uzawa, H., (2), Seite 105 ff., Inada, K., (1), Seite 119 ff., derselbe, (2), Seite 127 ff., sowie Vosgerau, H.J., Seite 31 ff. und Amano, A., Seite 97 ff.
 - 2) Die Konzeption der dynamischen Input-Output-Analyse bleibt damit grundsätzlich unverändert erhalten.

II. Ein offenes dynamisches Input-Output-Modell mit wechselseitiger Verflechtung als Ausgangsbasis

1. Der Akzelerator als Investitionsfunktion

Formal bietet die in Harrods System verwendete Gleichung für die Investitionshöhe einer Periode:

$$J(t) = b \Delta Y(t) = Y(t) - Y(t-1)$$

zwei Erklärungsmöglichkeiten: Einmal kann sie als Ausdruck des erforderlichen Kapazitätszuwachses und zum anderen als Akzelerator-Investitionsfunktion interpretiert werden.¹⁾ Harrod verwendet die Bezeichnung "required capital coefficient" jedoch nur im Vergleich zum tatsächlichen, ex post realisierten Kapitalkoeffizienten einer Periode, womit er seine Bedeutung als Verhaltensparameter in einer Investitions-Funktion kennzeichnen will.²⁾ Als Ausdruck einer

1) Vgl. Ott, A. E., (2), Seite 214.

2) Er gibt 'die von den Unternehmern als wünschenswert betrachtete Realkapital-Vermehrung je zusätzliche Einheit Output' an. Bombach, G., (1), Seite 778. Vgl. dazu auch Hamberg, D., Seite 66 ('The term $Ar (= b, R. H.)$ in the Harrod expression is unequivocally a rule of entrepreneurial behaviour. It is an expression of planned or ex ante investment. It asserts that investment ex ante is based on the change in national income in period t from that of $t-1$.'). Gleicher Auffassung ist auch Baumol: 'More explicitly, it is assumed as a first approximation that desired investment during period t will be a constant proportion g , of the amount by which production(income) during period t exceeds that of the previous period ($t-1$) ...' Baumol, W., (1), Seite 39. Anders dagegen Schumann, der eine Kapazitätserweiterung als technisch notwendig für eine Output-Steigerung, also den Kapazitätseffekt der Investitionen in der Beziehung sieht. Schumann, J., Seite 168 ff.

geplanten Investitionshöhe in Periode t bezeichnet damit die Gleichung die Investitionsnachfrage in Abhängigkeit von einer bestimmten Output-Steigerung im Gleichgewichtszustand, bzw. im Gleichgewichtswachstum.¹⁾ Nach Brems ist es möglich, die Instabilität im Wachstumsmodell von Harrod durch eine Verlängerung des unterstellten Planungszeitraums in Stabilität übergehen zu lassen.²⁾ Eine derartige Verlängerung des Planungshorizontes im Investitionsverhalten der Unternehmer würde sich in einer entsprechenden Verringerung des Akzelerator-Koeffizienten und damit einer entsprechenden Abflachung der Investitions-Nachfrage-Kurve äußern, die zusammen mit der Konsum-Nachfrage-Funktion Brems zufolge ein stabiles Gleichgewicht herbeiführen würde.³⁾ Brems übersieht dabei jedoch zwei wichtige Einschränkungen. Einmal wird die technisch bedingte Abnutzung des Kapitalstocks zur Herstellung eines dem längeren Zeitraum entsprechend höheren Outputs⁴⁾ nicht entsprechend verringert, so daß der Re-Investitions-Bedarf auch bei Verlängerung des Planungszeitraums entsprechend steigt.⁵⁾ Zum anderen ändert sich auch nicht der zur Herstellung eines bestimmten Umfanges an Konsumgütern notwendige Intermediär-Verbrauch. Beide Aspekte werden im Kapitalkoeffizienten, der lediglich den Kapitalbestand zum Netto-Produkt in Beziehung setzt, nicht erfaßt. Die von Brems dargestellte Stabilität erzeugende Gesamt-Nachfrage-Kurve

1) Vgl. Teil B dieser Arbeit.

2) Brems, H., Seite 615.

3) Vgl. dazu die betreffende graphische Darstellung bei Brems, H., Seite 621.

4) Je nach gewählter Planperiode (Jahr, Dekade) würde Brems zufolge die Outputhöhe das entsprechende Vielfache des Basiszeitraums betragen, so daß der Kapitalkoeffizient umgekehrt proportional mit der Periodenlänge variiert. Brems, H., Seite 621.

5) Dieser wird allgemein in Input-Output-Systemen dynamischer Art in der Intermediärnachfrage erfaßt, schlägt sich also in der Höhe der Intermediärkoeffizienten nieder. Vgl. dazu Teil C, Abschnitt I dieser Arbeit.

spiegelt folglich die tatsächliche Nachfragehöhe unzureichend wider. Deshalb ist auch die Verwendung von Netto-Produktions-Zuwächsen als Investitions-Determinante eine in der strukturellen Wachstumsanalyse nicht zu rechtfertigende Vereinfachung. Die Stabilität eines Wachstumspfades kann nicht allein von geringfügigen Veränderungen des den Investitions-Entscheidungen zugrunde liegenden Planungszeitraumes abhängen, auch wenn dessen Einfluß für die Richtung und das Ausmaß konjunktureller Schwankungen nicht unterschätzt werden darf.¹⁾ Die Verwendung eines dynamischen Input-Output-Modells als Disaggregationsinstrument ermöglicht es, die Höhe des intra- und intersektoralen Intermediärverbrauches in Abhängigkeit von dem jeweiligen Output-Niveau der Sektoren unabhängig vom unternehmerischen Planungszeitraum zu erfassen. Darüber hinaus beruhen die unternehmerischen Investitionsentscheidungen weniger auf Veränderungen der Netto-Produktions-Werte als vielmehr auf Zuwachsraten ihrer Gesamtumsätze.²⁾

Wie die Kontroverse zwischen Sargan und Leontief gezeigt hat, sind auch in diesem Fall die Annahmen über das unternehmerische Investitions-Verhalten von entscheidender Bedeutung für die Stabilität der Wachstumspfade.³⁾ Ähnlich wie Brems in makro-ökonomischer Sicht ist Sargan unter

1) Vgl. dazu auch Bombach, G., (1), Seite 780.

2) Vgl. dazu u. a. Baumol, W., (3), Seite 37; Eisner, R., (1), Seite 237 ff.; derselbe, (2), Seite 386 ff., Marvede, E., Seite 102 ff.; Wright, R., Seite 52; ferner: Jorgenson, D. W., and Siebert, C. D., Seite 694 ff. und Meyer, J. R. and Kuh, E., Seite 229. Der Akzelerator Samuelsonscher Prägung scheidet für Mehrsektorenmodelle aus, da er nur im Konsumgüterbereich angewendet werden könnte. Eine modifizierte Form der Hickschen Variante durch Verknüpfung mit den Brutto-produktionswerten zieht auch Rott, W., Seite 269 vor.

3) Sargan, J. D., (1), Seite 381 bis 392; Leontief, W., (7), Seite 659 bis 669; Sargan, J. D., (2), Seite 670 bis 673 und Leontief, W., (8), Seite 674 bis 675.

strukturellem Aspekt der Ansicht, "that the length of the lags in the relationships are at least as important as the capital and technical coefficients in determining the timing of the cycle".¹⁾ Unabhängig davon, daß die formale Darstellung bei Sargan erheblich von der Konzeption Leontiefs abweicht,²⁾ ist Leontief zuzustimmen, daß endgültige Aussagen über das relevante unternehmerische Investitionsverhalten einer genaueren empirischen Untersuchung und Überprüfung bedürfen.³⁾ Seine Formulierung der Investitions-Funktion ist insofern - ähnlich der im Harrod-Modell - lediglich als Näherungshypothese zu betrachten.⁴⁾ Das muß aber nicht zur Folge haben, daß plausible dynamische Gleichgewichts-Modelle mit linearen Abhängigkeiten und lags nicht erstellbar sind.⁵⁾ Wird auch in diesem Fall die Intention Harrods zugrunde gelegt, nämlich unabhängig von bestimmten Periodenlängen und lags lediglich eine plausible Hypothese für das gesamte unternehmerische Investitionsverhalten zu formulieren, so müssen auch in einem disaggregierten Gleichgewichtsmodell die Höhe der sektor-

1) Sargan, J. D., (1), Seite 392.

2) Zum Problem der Stabilitätseigenschaften von Differenzen- und Differentialgleichungssystemen vgl. insbesondere Wuertele, Z., Seite 672 ff.

3) Zur empirischen Relevanz des Akzelerationsprinzips vgl. zusammenfassend Smyth, D., Seite 185 ff.

4) Leontief, W., (8), Seite 674.

5) Nach Sargan ist die Konstruktion derartiger Modelle unmöglich. Sargan, J. D., (2), Seite 673. Die kritische Periodenlänge, die über Stabilität oder Instabilität der Wachstumspfade eines Modells vom Leontief-Typ entscheidet, ist nur auf der Basis von Differenzengleichungen zu ermitteln. Sargan kommt jedoch unter Verwendung von Differentialgleichungen zu seiner Aussage. Vgl. hierzu Wuertele, Z., Seite 674 und Sargan, J. D., (1), Seite 383 ff.

spezifischen Kapitalkoeffizienten und ihre Wirkungen auf das sektorale wie gesamtwirtschaftliche Wachstum auf der Basis empirisch fundierter Überlegungen bestimmt werden.¹⁾ Die Annahme von Ober- und Untergrenzen sowohl der Intermediär- als auch Akzelerator-Koeffizienten muß folglich immer auf dem Hintergrund der spezifischen Periodisierung gesehen werden, ohne daß in dieser Hinsicht eine Verallgemeinerung der Ergebnisse und/oder Übertragung auf andere Verzögerungsannahmen möglich ist.²⁾

2. Höhe und Entwicklung der Endnachfrage

Grundsätzlich umfaßt die Endnachfrage nicht nur die Konsum-Nachfrage der privaten Haushalte, sondern die gesamte aus der Verflechtung der Wirtschaft endogen nicht erklärbare Nachfrage nach Gütern der einzelnen Sektoren. Sie stellt insofern eine Restgröße dar. Dennoch wird sie im offenen System als exogen determiniert betrachtet und stimmt mit einer modellendogen zu ermittelnden Restnachfrage nur im Fall des Gleichgewichts überein. Die formale Analogie des Input-Output-Systems macht damit die Angebots-Nachfrage-Gleichheit in der Gesamtwirtschaft, wie bei Domar und Harrod, zum Ausgangspunkt der Gleichgewichtsanalyse.³⁾ Diese Konzep-

-
- 1) Seine Formulierung des gleichgewichtigen Wachstumspfadcs macht es Harrod möglich, das Problem der Bestimmung einer Periodenlänge zu umgehen, da der Wert des Produktes aus Wachstumsrate und Akzelerator-Koeffizient unabhängig von einer Periodenlänge ist. Vgl. Harrod, R. F., (2), Seite 78. Zur Höhe des gesamtwirtschaftlichen Kapitalkoeffizienten vgl. Hamberg, D., Seite 36 und die dort angeführte Literatur. Zur Ermittlung der Höhe und Struktur sektorspezifischer Kapitalkoeffizienten siehe Grosse, R. N., Seite 185 ff.
 - 2) Vgl. dazu auch Tinbergen, J., Seite 517 f. und Jahnke, W., Seite 14 f. Zum Begriff und zur Abgrenzung der Einheitsperiode siehe insbesondere Hoppmann, E., Seite 12 ff. und Seite 40 ff.
 - 3) Leontief, W., (1), Seite 62; derselbe, (7), Seite 663 und Sargan, J. D., (1), Seite 382.

tion macht dynamische Input-Output-Systeme im Gegensatz zum geschlossenen Typ besonders geeignet für die isolierte Analyse der Wirkungen alternativer wirtschaftspolitischer Maßnahmen zur Beeinflussung der Konsumhöhe und anderer, modellendogen nicht erklärbarer Nachfrage-Komponenten auf die strukturelle und gesamtwirtschaftliche Entwicklung.¹⁾ Die Vorgabe einer hypothetischen und als vertretbar angenommenen Endnachfrage-Höhe und -Entwicklung für die beiden Sektoren im reduzierten System, in dem die Verflechtung auf vertikale Beziehungen zwischen dem Sektor der Kapital- und dem der Konsumgüterproduktion beschränkt ist, kommt jedoch der Harrodschen These von der ex-post Realisierung der geplanten Ersparnis gleich. Wie in Harrods System müssen sich auch hier die Unternehmer mit ihren Produktions- und Investitionsentscheidungen zwecks Herstellung eines Gleichgewichts anpassen. Eine derartige Behandlung der Endnachfrage hat vor allem den Vorteil, daß noch eine Reihe anderer Bestimmungsgründe außer dem Volkseinkommen in den exogenen Nachfrage-Funktionen berücksichtigt werden können, so z.B. das Bevölkerungswachstum und zeitabhängige Änderungen in den Verhaltensweisen der Konsumenten (Lebenshaltung).²⁾ Die Faktoren der Endnachfrage werden damit neben den Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsverflechtung zu den entscheidenden Einflußgrößen für die strukturelle und globale Produktions-Entwicklung im offenen System.³⁾ Mögliche Fehler bei der Schätzung und Berechnung der Endnachfrage wirken sich allerdings verstärkt auf die Ableitung der Produktionsentwicklung aus. Der Nachteil liegt

1) Leontief, W., (1), Seite 65.

2) Vgl. dazu Schumann, J., Seite 168. - Zur Formulierung dynamischer Konsumfunktionen vgl. die zusammenfassende Darstellung bei Bössmann, E., und Ismar, H. - Lange, G. - v. Schweinitz, H.

3) Vgl. Duesenberry, J. - Kistin, H., Seite 451.

hierbei also in der Problematik der exogenen Bestimmung sowohl des unternehmerischen als auch des konsumtiven Nachfrage-Verhaltens unter Berücksichtigung mehrerer Einflußgrößen.¹⁾ Wird in Analogie zu Harrod die Verhaltensweise der Unternehmer als gegeben und unabänderlich unterstellt, so bieten zumindest die Konsum-Nachfrage-Größen Freiheitsgrade als Ansatzpunkte zur wirtschafts-politischen Beeinflussung. Insofern verliert das Modell dadurch den Charakter eines reinen "Konsistenztests" zugunsten eines Programm-Modells.²⁾

3. Formulierung und Lösung des Modells

Entsprechend den vorausgegangenen Überlegungen zum Investitionsverhalten folgt für die Investitionsnachfrage der Sektoren in einer beliebigen Periode t:

$$\begin{aligned} \text{(II.1)} \quad J_1(t) &= b_{11}[\bar{X}_1(t) - X_1(t-1)] + b_{12}[\bar{X}_2(t) - X_2(t-1)] \\ J_2(t) &= b_{21}[\bar{X}_1(t) - X_1(t-1)] + b_{22}[\bar{X}_2(t) - X_2(t-1)] \end{aligned}$$

J_i stellt die Nachfrage der Sektoren nach Investitionsgütern des Sektors i dar.

Für die Intermediärnachfrage in der gleichen Periode ergibt sich infolge der einfachen Niveauabhängigkeit:

1) Diese Möglichkeit zur Berücksichtigung einer Vielzahl von Determinanten der Verhaltensweisen der Wirtschaftssubjekte ist der entscheidende Vorteil gegenüber der geschlossenen Version, in der ebenfalls bestimmte Verhaltens-Annahmen die Gestalt der Abhängigkeit bestimmen, aber jeweils nur eine Größe (das Volkseinkommen) als Determinante (und Rückkoppelungsfaktor) erfaßt wird. Vgl. hierzu allgemein: Arrow, J. - Hoffenberg, M.

2) Dieser Charakter der Input-Output-Analyse steht im Vordergrund des Beitrags von Kade, G., (1), Seite 46 ff.

$$(II.2) \quad x_1(t) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t)$$

$$x_2(t) = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t)$$

Hierbei stellt x_1 die Nachfrage des eigenen und des anderen Sektors nach Gütern des Sektors 1 jeweils in Abhängigkeit von der Produktionshöhe des Nachfragesektors dar.

Unabhängig davon, welche Periode als Ausgangsperiode gewählt wird, gilt entsprechend den vorangegangenen Ausführungen zur Endnachfrage für die beiden Sektoren:

$$(II.3) \quad C_1(t) = C_1(0) \cdot \gamma_1^t \quad \text{mit } \gamma_1 = 1 + w_1$$

$$C_2(t) = C_2(0) \cdot \gamma_2^t \quad \text{mit } \gamma_2 = 1 + w_2$$

Die (unterschiedlichen) Wachstumsraten der Endnachfrage werden durch w_1 bzw. w_2 symbolisiert. Die rechten Seiten der Gleichungen von (II.3) entsprechen damit jeweils einem bestimmten durchschnittlichen Endnachfrageniveau zum Zeitpunkt t unter Zugrundelegung der beiden Wachstumsraten. Eine entsprechende längerfristige Entwicklung dieser Nachfragekomponenten wird zugleich für die Ermittlung eines Gleichgewichtswachstums postuliert.

Unter Berücksichtigung der exogen bestimmten Endnachfrageentwicklung herrscht Gleichgewicht von Gesamtangebot und Gesamtnachfrage in Periode t , wenn das geplante Produktionsniveau durch die entsprechende Nachfrage 'gerechtfertigt' wird.¹⁾

1) Vgl. dazu Teil B, Abschnitte II und III dieser Arbeit.

Aus (II.1), (II.2) und (II.3) folgt somit:

$$\begin{aligned}
 \text{(II.4)} \quad & (1-a_{11})X_1(t) - a_{12}X_2(t) - b_{11}\overline{X}_1(t) - X_1(t-1) \\
 & - b_{12}\overline{X}_2(t) - X_2(t-1) = c_1(t) \\
 & - a_{21}X_1(t) + (1-a_{22})X_2(t) - b_{21}\overline{X}_1(t) - X_1(t-1) \\
 & - b_{22}\overline{X}_2(t) - X_2(t-1) = c_2(t)
 \end{aligned}$$

System (II.4) beschreibt den Zustand eines Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts in einer beliebigen Periode t auf der Basis der angenommenen Nachfrageverhaltensweisen - endogen und exogen - in beiden Sektoren. Unter der Voraussetzung, daß diese Verhaltensweisen nicht geändert werden, gibt die allgemeine Lösung dieses Systems die Produktionsentwicklung in beiden Sektoren an, die bei Beibehaltung der Endnachfrageentwicklung zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts notwendig ist.

Die homogene Lösung des inhomogenen Systems (II.4) ergibt sich zu:¹⁾

$$\begin{aligned}
 \text{(II.5)} \quad X_1'(t) &= c_{11}\delta_1^t + c_{12}\delta_2^t \\
 X_2'(t) &= c_{21}\delta_1^t + c_{22}\delta_2^t
 \end{aligned}$$

Die Größen δ_i sind die Wurzeln (Faktoren) der homogenen Lösung, in die ausschließlich die Verflechtungskoeffizienten a_{ik} und b_{ik} eingehen. Sie bestimmen als *e n d o g e n e* Entwicklungskomponenten entscheidend den zeitlichen Verlauf der Sektoroutputs. Die ihnen zugeordneten c_{ik} -Koeffizienten

1) Vgl. zur Ableitung der homogenen wie auch partikulären Lösung Anhang II.

oder Niveauelementen charakterisieren das Verhältnis der Produktionen beider Sektoren zueinander, sind daher ohne zusätzliche Informationen über bestimmte Ausgangsniveaus der Sektorproduktionen - analog zu den betreffenden Größen der Endnachfrage $C_1(0)$ - in ihrer absoluten Höhe nicht bestimmbar.¹⁾

Die in den endogenen Faktoren enthaltenen Koeffizientenkonstellationen können zu drei wichtigen Koeffizientengruppen zusammengefaßt werden:

$$(II.6) \quad A = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}$$

$$B = (1-a_{11})b_{22} + (1-a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{21}b_{12}$$

$$C = (1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}$$

Während die Höhe von A allein durch die Koeffizienten der Investitionsnachfrage - intrasektoral im Vergleich zu intersektoral - und der Wert von C allein durch die Koeffizienten der Intermediärnachfrage - wiederum intrasektoral im Vergleich zu intersektoral - bestimmt werden, enthält die B-Gruppe eine Mischung beider Koeffizientenarten und beider Verflechtungsarten.

Unter Verwendung dieser Gruppen lassen sich die endogenen Faktoren wie folgt bestimmen:

$$(II.7) \quad \delta_1 = \frac{2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2(A - B + C)}$$

$$(II.8) \quad \delta_2 = \frac{2A - B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2(A - B + C)} = \delta_1 - \frac{\sqrt{B^2 - 4AC}}{A - B + C}$$

1) Vgl. dazu auch die Diskussion des offenen dynamischen Systems in allgemeiner Form in Teil C, Abschnitt III.

Die Koeffizienten-Konstellation A-B+C, die nicht nur für die absoluten Werte der 'Wachstums'-Faktoren, sondern auch für deren relative Höhe zueinander von wesentlicher Bedeutung ist,¹⁾ kann auch in folgender Form ausgedrückt werden:

$$(II.6a) \quad A-B+C = (1-a_{11}-b_{11})(1-a_{22}-b_{22}) - (a_{12}+b_{12})(a_{21}+b_{21})$$

Der Grad der wechselseitigen intersektoralen Verflechtung im Vergleich zur intrasektoralen Nachfrage ist daher von ausschlaggebender Bedeutung nicht nur für die zeitliche Entwicklung beider Sektoroutputs allein, sondern durch Beeinflussung der Niveauelementen auch für das Entwicklungsniveau überhaupt.²⁾

Dies ist darauf zurückzuführen, daß bei gegebener Endnachfrage für eine Änderung der Nachfrage im intrasektoralen Bereich die Koeffizienten der intersektoralen Nachfrage kompensatorische Gegenbewegungen erfahren müssen, wenn die Gleichheit von Angebot und Nachfrage gewahrt bleiben soll. Die Unabhängigkeit der intrasektoralen Nachfrage von dem Produktionsniveau des jeweils anderen Sektors steht damit im Gegensatz zur Abhängigkeit der Nachfrage zwischen beiden Sektoren von dem Outputniveau des jeweils anderen Sektors, wie es deutlich in der Gruppierung der Koeffizienten der intrasektoralen und intersektoralen Verflechtung zum Ausdruck

1) Damit wird sich der folgende Teil bei der Ermittlung von Entwicklungskriterien noch genauer zu beschäftigen haben.

2) Dies wird im Rahmen des modifizierten offenen Modells noch deutlich werden. Vgl. Abschnitt III dieses Teils.

kommt.¹⁾

Mit Hilfe der Verflechtungskoeffizienten und der endogenen Faktoren β_1 können die relativen Werte der endogenen Niveauelementen folgendermaßen bestimmt werden!²⁾

$$(II.9) \quad \frac{c_{11}}{c_{21}} = \frac{a_{12} + b_{12} \beta_1}{1 - a_{11} - b_{11} \beta_1} = \frac{1 - a_{22} - b_{22} \beta_1}{a_{21} + b_{21} \beta_1}$$

$$(II.10) \quad \frac{c_{12}}{c_{22}} = \frac{a_{12} + b_{12} \beta_2}{1 - a_{11} - b_{11} \beta_2} = \frac{1 - a_{22} - b_{22} \beta_2}{a_{21} + b_{21} \beta_2}$$

Damit ist die homogene Lösung des Systems (II.4) abschließend durch Höhe und Struktur der Verflechtungs-

- 1) Die Verknüpfung der intersektoralen Koeffizienten spiegelt die Rückwirkungen von einer bestimmten Entwicklung der Endnachfrage nach Gütern eines Sektors als auch von dessen Produktionsentwicklung selbst auf die Entwicklung des anderen Sektors wider (Rückkoppelungseffekte). Das gegenseitige Auf- bzw. Abschakeln, das sich in verstärkenden Tendenzen von Wachstum, Schrumpfung oder Schwankungen der Produktionsentwicklung äußert, ist auf die Koeffizientenkonstellation in den beiden Faktoren δ_1 zurückzuführen, während sich der Tatbestand der Verflechtung als solcher bereits in entsprechender Ausgestaltung der Niveauelementen manifestiert. Rückkoppelungseffekte fehlen natürlich in den Entwicklungsfaktoren bei einseitiger Nachfrageverflechtung zwischen den beiden Sektoren, wie das modifizierte System zeigen wird (Abschnitt III). Dadurch, daß in ihm die intersektoralen Koeffizienten lediglich in den Niveauelementen des Liefer-Sektors auftreten, erfolgt durch diese (Niveauelementen) eine Streckung bzw. Verlagerung, nicht jedoch grundsätzliche Veränderung der Entwicklung (Linearisierung der Abhängigkeit).

- 2) Zur Vereinfachung der Darstellung wird der Ausdruck

$$1 - \frac{1}{\delta_1} = \beta_1 \quad \text{gesetzt.}$$

Vgl. Anhang II. Auch hier in den endogenen Niveauelementen werden wie in den Faktoren δ_1 die Wirkungen der intra- und intersektoralen Werte deutlich getrennt voneinander erfaßt.

koeffizienten bestimmt. Gleichzeitig wird deutlich, daß sich bestimmte Einflußgrößen allein auf die Intermediär-Nachfrage (Koeffizientengruppe C) oder die investive Nachfrage (Koeffizientengruppe A) in den Sektoren beziehen, andere wiederum nach der Verflechtungsart (intra- und intersektorale Verflechtung) unterschieden werden können [(II.9) und (II.10)].

Die partikuläre Lösung des Systems ergibt sich aufgrund der in (II.3) formulierten modellunabhängigen Endnachfrageentwicklung zu:¹⁾

(II.11)

$$\bar{X}_1(t) = r_1 \gamma_1^t + s_1 \gamma_2^t \text{ oder: } \bar{X}_1(t) = R_1 C_1(t) + S_1 C_2(t)$$

$$\bar{X}_2(t) = r_2 \gamma_1^t + s_2 \gamma_2^t \text{ oder: } \bar{X}_2(t) = R_2 C_1(t) + S_2 C_2(t)$$

Hierbei sind die Wachstumsfaktoren der Endnachfrage zugleich auch Wachstumsfaktoren in der partikulären Lösung und damit auch der allgemeinen Systemlösung.

Die Bestimmung der Niveauelementen kann in zweifacher Weise erfolgen: Einmal unter Einschluß der Ausgangsniveaus der Endnachfrage (r_1, s_1). In diesem Fall erscheinen die Wachstumsraten der Endnachfrage explizit als Wachstumsfaktoren. Zum zweiten unter Ausschluß der erwähnten Anfangswerte ($C_i(0)$). Dann erscheinen in der Lösung die Endnachfragewerte als Niveaugrößen der jeweiligen Periode t . In jedem Fall ist ihre Kenntnis jedoch Voraussetzung zur Bestimmung der absoluten Höhe der endogenen Niveauelementen (c_{ik}).

1) Vgl. Anhang II.

Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Wachstumsraten der Endnachfrage folgt für die exogenen Niveau-komponenten:

$$(II.12) \quad r_1 = R_1 \cdot C_1(o) \quad r_2 = R_2 \cdot C_1(o)$$

$$s_1 = S_1 \cdot C_2(o) \quad s_2 = S_2 \cdot C_2(o)$$

oder: ¹⁾

$$R_1 = \frac{1 - a_{22} - b_{22} \alpha_1}{(1 - a_{11} - b_{11} \alpha_1)(1 - a_{22} - b_{22} \alpha_1) - (a_{21} + b_{21} \alpha_1)(a_{12} + b_{12} \alpha_1)}$$

$$R_2 = \frac{a_{21} + b_{21} \alpha_1}{(1 - a_{11} - b_{11} \alpha_1)(1 - a_{22} - b_{22} \alpha_1) - (a_{21} + b_{21} \alpha_1)(a_{12} + b_{12} \alpha_1)}$$

$$S_1 = \frac{a_{12} + b_{12} \alpha_2}{(1 - a_{11} - b_{11} \alpha_2)(1 - a_{22} - b_{22} \alpha_2) - (a_{21} + b_{21} \alpha_2)(a_{12} + b_{12} \alpha_2)}$$

$$S_2 = \frac{1 - a_{11} - b_{11} \alpha_2}{(1 - a_{11} - b_{11} \alpha_2)(1 - a_{22} - b_{22} \alpha_2) - (a_{21} + b_{21} \alpha_2)(a_{12} + b_{12} \alpha_2)}$$

Die Beschränkung auf zwei Sektoren im hier vorliegenden Modell macht es möglich, alle erfaßten Verflechtungskoeffizienten in ihren jeweiligen Verbindungen explizit darzustellen.²⁾ Gleichzeitig wird ersichtlich, daß bereits

1) Vgl. dafür Anhang II. Auch hier wurde zur Vereinfachung der Darstellung der Ausdruck

$$1 - \frac{1}{Y_1} = \alpha_1$$

gesetzt.

2) Insofern ist das Modell eine konkrete Anwendung der in der Literatur überwiegend verbreiteten Multisektorenmodelle, dargestellt in Matrix- und Determinantensymbolen, auf ein Zwei-Sektor-Problem. Multisektorenmodelle lassen aufgrund der Vielzahl von Bereichen eine überschaubare Darstellung der einzelnen Verflechtungsbeziehungen in ihren jeweiligen Verbindungen nicht mehr zu. Damit wird aber zugleich die ökonomisch relevante Interpretationsmöglichkeit erschwert und insofern ihr Erklärungswert beeinträchtigt.

ein derart reduziertes Interdependenzsystem unter Berücksichtigung voller wechselseitiger Verflechtung an die Grenzen der Überschaubarkeit stößt.

Die Koeffizientenkonstellationen in den einzelnen Niveauelementen lassen deutlich erkennen, wie eine bestimmte Endnachfragestruktur und -entwicklung die sektoralen Wachstumspfade beeinflussen kann. In allen Fällen werden ihre Wirkungen durch die Gesamtheit der Verflechtungskoeffizienten (im Nenner der Brüche) sowie einmal durch die intersektorale Nachfrage, zum anderen durch die intrasektorale Nachfrage modifiziert. Letztere wirkt in ihrer Höhe hemmend auf den Einfluß der Endnachfrage, erstere verstärkend. Da die sektorspezifischen Akzeleratorkoeffizienten nur im Zusammenhang mit den Wachstumsfaktoren der Endnachfrage auftreten, wird ihr Einfluß im Vergleich zu den anderen Koeffizienten abgeschwächt, und zwar umso mehr, je niedriger der Wachstumsfaktor (und damit auch die Wachstumsrate) der Endnachfrage (γ_i).¹⁾ Darüber hinaus lassen die einzelnen Komponenten erkennen, in welcher Weise eine Änderung in der Endnachfrageentwicklung eines Sektors auf die erforderliche Höhe seiner eigenen Produktionsentwicklung wie auch die des anderen Sektors zu wirken vermag. Eine hohe intersektorale Verflechtung (a_{ik}, b_{ik}) wirkt sich dabei in doppelter Hinsicht wachstumsfördernd aus, da sie in den betreffenden Niveauelementen zugleich den Zähler erhöht und den Wert des Nenners verringert. Genau das Umgekehrte gilt für den Fall einer höheren intrasektoralen Nachfrage (a_{ii}, b_{ii}).

Die homogene und partikuläre Lösung (II.5) bzw. (II.11) bilden schließlich zusammen die Gesamtlösung des Systems:

1) Der Wert des Ausdrucks α_i liegt für positive Wachstumsraten der Endnachfrage unter Eins. Je höher die Wachstumsrate, desto mehr nähert er sich dem Wert Eins.

$$(II.13) \quad X_1(t) = X_1'(t) + \bar{X}_1(t) = c_{11}\delta_1^t + c_{12}\delta_2^t + r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t$$

$$X_2(t) = X_2'(t) + \bar{X}_2(t) = c_{21}\delta_1^t + c_{22}\delta_2^t + r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t$$

Mit Hilfe der modellunabhängigen Endnachfrage sowie der Intermediär- und Akzelerator-Koeffizienten ist damit die relative Outputentwicklung in jedem Sektor zu jedem Zeitpunkt t bestimmt. Sie gewährleistet zugleich immer das Gleichgewicht von Gesamtangebot und Gesamtnachfrage für jeden der beiden Sektoren. Die unternehmerischen Produktions- und Investitionsentscheidungen werden durch die tatsächliche Entwicklung bestätigt und erfahren keinen Anlaß zu Revisionen.

Wie im aggregierten Modell Harrods sind damit drei Gleichungen für die Bestimmung des Gleichgewichtswachstums der Produktion in beiden Sektoren notwendig:

- (a) die Gleichung für die Investitionsnachfrage (II.1);
- (b) die Konsumnachfragefunktion - hier in Unabhängigkeit von der jeweiligen Produktionshöhe der Gesamtwirtschaft - (II.3) und
- (c) die Gleichgewichtsbeziehung zwischen geplantem Angebot und geplanter Nachfrage (II.4).

Letztere ist zugleich der Ansatzpunkt für die Bestimmung der absoluten Werte der endogenen Niveauelementen zum Ausgangszeitpunkt $t = 0$. ¹⁾

1) Grundsätzlich gibt es im Rahmen disaggregierter Verflechtungsmodelle der vorliegenden Art mehrere Möglichkeiten zur Bestimmung der absoluten Niveaus der Entwicklungspfade. Die Annahme bestimmter Anfangswerte ist nur eine, wenn auch die gebräuchlichste Methode. Vgl. dazu Leontief, W., (1), Seite 60, Anm. 5).

Gemäß (II.13) gilt in Periode $t = 0$:

$$(II.14) \quad X_1(0) = c_{11} + c_{12} + r_1 + s_1$$

$$X_2(0) = c_{21} + c_{22} + r_2 + s_2$$

Daraus folgt für die absolute Höhe der endogenen Niveauelementen:

(II.15)

$$c_{11} = \frac{L_1}{L_1 - L_2} [X_1(0) - r_1 - s_1 - L_2(X_2(0) - r_2 - s_2)] = L_1 c_{21}$$

$$c_{12} = \frac{L_2}{L_1 - L_2} [L_1(X_2(0) - r_2 - s_2) - (X_1(0) - r_1 - s_1)] = L_2 c_{22}$$

$$c_{21} = \frac{1}{L_1 - L_2} [X_1(0) - r_1 - s_1 - L_2(X_2(0) - r_2 - s_2)]$$

$$c_{22} = \frac{1}{L_1 - L_2} [L_1(X_2(0) - r_2 - s_2) - (X_1(0) - r_1 - s_1)]$$

mit:

$$L_1 = \frac{a_{12} + b_{12} \beta_1}{1 - a_{11} - b_{11} \beta_1} \quad \text{und} \quad L_2 = \frac{a_{22} + b_{22} \beta_2}{1 - a_{21} - b_{21} \beta_2}$$

Die Existenz eines Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts in einer bestimmten Ausgangsperiode ist damit gleichzeitig Voraussetzung für einen Gleichgewichts-Wachstumspfad. Die Entwicklung selbst ist jedoch unabhängig von der Höhe und Struktur der Ausgangswerte. Die Höhe der endogenen Wachstumsfaktoren bestimmt sich auf der Grundlage der Intermediär- und Investitions-Koeffizienten vielmehr so, daß in jeder Periode Gleichgewicht zwischen Angebot und Nachfrage herrscht und dieses für jede Folgeperiode auch beibehalten wird.

4. Allgemeine Kriterien zur Charakterisierung der sektoralen Wachstumspfade

Die Gesamtlösung (II.13) des Ausgangsmodells bietet Ansatzpunkte zu einer genaueren Analyse allgemeiner Voraussetzungen für ein Expansionsgleichgewicht unter strukturellem Aspekt.

Die Produktionsentwicklung eines Sektors ist dementsprechend eine Funktion sowohl der unmittelbaren Nachfrage nach Gütern desselben Sektors als auch - über die Verflechtung beider Sektoren - der Gesamtnachfrage nach Gütern des anderen Sektors.

Je zwei Faktor-Gruppen haben dabei einen wesentlichen Einfluß auf die zeitliche Entwicklung der sektoralen Outputs:

- (a) die endogenen und exogenen Wachstumsfaktoren (δ_1 bzw. γ_1),
- (b) die Höhe und Konstellation der Ausgangswerte der Sektor-Outputs und der Endnachfrage-Niveaus (endogene und exogene Niveau-Komponenten c_{ik}, r_i, s_i).

Voraussetzung für ein positives Output-Wachstum in beiden Sektoren sind zunächst bestimmte Anforderungen an die Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage. Diese müssen bei gegebenen Anfangswerten der Sektor-Produktionen und Endnachfrage die Existenz eines Gleichgewichts gewährleisten, so daß positive Output-

Änderungen in beiden Sektoren möglich sind.¹⁾ Die Existenz eines Gleichgewichts ist davon abhängig, daß die Gesamtnachfrage nach Gütern eines Sektors, bestehend aus der Endnachfrage, dem Intermediärbedarf und der Investitionsnachfrage, die Produktion des Sektors im Ausgangszeitpunkt $t = 0$ nicht über- oder unterschreitet.²⁾

Formal darf die Summe aus intra- und intersektoraler Intermediär-Nachfrage nach Gütern eines Sektors sowie die gesamte Investitions-Nachfrage nach Gütern dieses Sektors die Brutto-Produktionsmenge nach Abzug der Endnachfrage nicht überschreiten, d. h.

$$\sum_k a_{ik} X_k(t) < X_i(t) - C_i(t) \quad i, k = 1, 2$$

Bei gegebener intersektoraler Verflechtungshöhe planen daher die Unternehmer im Gleichgewicht eine intrasektorale Intermediär-Nachfrage, die folgender Bedingung genügt:

$$a_{ii} < 1 - \frac{1}{X_i(t)} \sum_k a_{ik} X_k(t) + C_i(t) \quad i, k = 1, 2$$

Werden folglich die Ausgangswerte der Sektor-Outputs sowie der Endnachfrage-Größen als gegeben betrachtet, so setzt die für ein Expansions-Gleichgewicht notwendige Existenz eines Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts in einer beliebigen Ausgangsperiode $t = 0$ der absoluten Höhe der Verflechtungskoeffizienten des Intermediär-Bedarfs bereits

1) Durch die Forderung nach positiven Output-Änderungen in den Sektoren erübrigt sich auch die Einführung von "switching rules", wie sie Leontief in seinem Modell für den Fall negativer Produktionsmengenänderungen eines oder mehrerer Sektoren in Form einer 'Multi-Phasen-Theorie' vorsah. Vgl. Leontief, W., (1), Seite 68 ff. und Schumann, J., Seite 172. Zur Kritik an dieser Konzeption Leontiefs vgl. insbesondere Dorfman, R. - Samuelson, P. A. - Solow, R., S. 298 ff.

2) Vgl. dazu ausführlich Abschnitt III dieses Teils.

enge Grenzen.¹⁾

Langfristig wachsende Sektor-Outputs im Fall des offenen Systems sind bereits dann gewährleistet, wenn wenigstens einer der exogenen Wachstums-Faktoren (γ_i) in der Gesamtlösung dominiert und einer positiven Niveau-Komponenten (r_i bzw. s_i) zugeordnet ist.²⁾ Dennoch können sich in mehr kurzfristiger Sicht erhebliche Störungen ergeben, wenn die Differenz des dominierenden Faktors zu einem anderen ebenfalls positiven Wachstums-Faktor (δ_k, γ_k) nicht gravierend ist und einer oder mehrere dieser Faktoren negativen Niveau-Komponenten zugeordnet sind.

Schließlich können Produktionsschwankungen größeren Ausmaßes auf einen negativen endogenen Wachstums-Faktor zurückgeführt werden, unabhängig davon, ob die entsprechende Niveauelemente c_{ik} positiv oder negativ ist.

Ein Vergleich der absoluten und relativen Werte aller Niveau-Komponenten setzt die Kenntnis der Höhe der Wachstumsfaktoren (δ_i und γ_i) voraus, die jeweils entscheidend die Größenstruktur der Niveauelementen beeinflussen.

Voraussetzungsgemäß sind die exogenen Wachstumsfaktoren $\gamma_i > 1$. Die Werte der endogenen Wachstumsfaktoren δ_i werden von der jeweiligen Konstellation der Koeffizientensätze A, B und C bestimmt. Während die Intermediär-Koeffizienten als geplante und tatsächliche Größen den Wert 1 nie überschreiten oder erreichen können, in der Regel sogar weit unter 0,5 liegen, ist über die Höhe der Akzelerator-Koeffizienten a priori keine genauere Aussage zu machen. Folgende Begrenzungen sollen für die weiteren

1) Vgl. dazu im Detail die Ausführungen unter Abschnitt III.

2) Vgl. dazu die Diskussion des offenen dynamischen Modells allgemeiner Art in Teil C, Abschnitt III.

Ausführungen unterstellt werden:

$$0 < a_{ik} < 1 \qquad 1, k = 1, 2$$

$$0 < b_{ik} \qquad 1, k = 1, 2$$

Entsprechend (II.6) ist der Wert von B immer positiv, während für den Wert von A das Verhältnis der intrasektoralen zur intersektoralen Investitionsverflechtung entscheidend ist, für den Wert von C dagegen das entsprechende Verhältnis in der Intermediär-Nachfrage-Verflechtung. Die jeweiligen Vorstellungen und darauf beruhenden Verhaltensweisen der Unternehmer spiegeln sich in entsprechenden Koeffizienten-Konstellationen und damit A-, B- und C-Werten wider.

Während eine relativ hohe Investitions-Nachfrage innerhalb der Sektoren im Vergleich zur intersektoralen Investitions-Nachfrage tendenziell zu einem höheren Wert von A führt, bedeutet der gleiche Tatbestand im Bereich der Intermediär-Nachfrage einen (jeweils) entsprechend geringeren Wert von C. Letzterer kann jedoch nicht unter 0 sinken, während für A negative Werte durchaus denkbar und wahrschein-

lich sind.¹⁾ Für eine möglichst stabile, d. h. zyklensfreie Entwicklung der Sektor-Outputs sind neben den exogenen Wachstumsfaktoren auch positive und hinreichend hohe Werte der endogenen Wachstumsfaktoren notwendig.²⁾ Eine genauere Analyse der für beide Faktoren entscheidenden Koeffizientengruppen A, B und C kann in gewissem Umfang Informationen über die jeweils relevanten Konstellationen liefern. Zugleich müssen dabei alternative Situationen in der Verflechtungsstruktur, die sich in entsprechenden Werten der Koeffizientengruppen äußern, in Betracht gezogen werden.

- 1) Für $C < 0$ sind extrem hohe Koeffizienten der sektor-internen Nachfrage bei gleichzeitig hohen Koeffizienten der zwischensektoralen Nachfrage im Intermediärgüterbereich erforderlich. Derartige Situationen sind jedoch mit der Existenz positiver Nettoinvestitionen, d. h. $b_{ik} > 0$ unvereinbar. Dies mag eine kleine Rechnung deutlich machen:

$$C = (1-a_{11}) (1-a_{22}) - a_{12}a_{21} < 0 \text{ erfordert:}$$

$$(x_1 - x_{11}) (x_2 - x_{22}) - x_{12}x_{21} < 0 \text{ oder}$$

$$\frac{(x_1 - x_{11}) (x_2 - x_{22})}{x_{12} x_{21}} < 1$$

Der nach Abzug des Intermediärbedarfs im eigenen Sektor verbleibende Gütervorrat $(x_1 - x_{11})$ muß entweder kleiner als die für den intersektoralen Bedarf beider Sektoren erforderliche Gütermenge sein oder in einem Sektor soweit darunter liegen, daß er einen Überhang im anderen Sektor überkompensiert. Das ist jedoch nicht mit der Annahme positiver Output-Mengen vereinbar, ganz abgesehen von der Existenz positiver Nettoinvestitionen.

- 2) Bei negativen Niveauelementen müssen ihre absoluten Werte hingegen möglichst niedrig sein, um den dämpfenden Einfluß zu verringern.

Zunächst sei vorausgesetzt, daß

$$A > 0, \text{ d.h. } b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} > 0. \quad 1)$$

Ist nun der Wert von

$$2A - B - \sqrt{B^2 - 4AC} > 0,$$

dann ist auch der Nenner im Bruch des Faktors δ_2 positiv, d.h. der Faktor δ_2 ist größer als Null. ²⁾

Ist

$$2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC} > 0,$$

dann hängt der Wert von δ_1 von dem absoluten Wert des Nenners ab. Er kann je nach dessen Vorzeichen positiv oder negativ sein. ³⁾

Ist

$$2A - B - \sqrt{B^2 - 4AC} < 0,$$

so ist auch der Nenner des Bruches negativ, der Wert des Faktors δ_2 liegt über Null. ⁴⁾

Der Fall

$$2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC} < 0$$

ist für positive Werte von A ausgeschlossen, da $2C > B$ sein müßte, eine Bedingung, die mit der Annahme $A > 0$ unvereinbar ist. ⁵⁾

1) Die betragsmäßigen Werte von B und C wurden bereits als positiv ermittelt.

2) Vgl. dazu die Beweisführung in Anhang III, (a).

3) Vgl. Anhang III, (b).

4) Vgl. Anhang III, (c).

5) Vgl. Anhang III, (d).

Dies wird jedoch anders, wenn der Grad der intersektoralen Investitionsnachfrage den der sektorinternen übersteigt, die Koeffizientengruppe A also negativ wird. Der Wert von δ_2 ist in jedem Fall positiv, da sowohl der Zähler wie der Nenner seines Bruches negativ sind.¹⁾ Das gleiche gilt für δ_1 , da auch Zähler wie Nenner des Bruches negativ sind.²⁾

Von den Entwicklungsfaktoren her ist also die Situation eines möglichst hohen Grades an intersektoraler Verflechtung im Vergleich zur intrasektoralen Nachfrage im Investitionsgüterbereich (wie auch im Intermediärgüterbereich³⁾) in jedem Fall vorzuziehen, da sie für beide Faktoren grundsätzlich positive Werte zur Folge hat, während im umgekehrten Fall die Situation zum Teil unbestimmt bleibt, zum Teil mit negativen Werten eines Faktors gerechnet werden muß.

Für den Fall

$$A = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} > 0,$$

gelten demnach folgende alternativen Werte der beiden Faktoren δ_i :⁴⁾

1) Vgl. Anhang III, (e).

2) Vgl. Anhang III, (f).

3) Entsprechend (II.6a) gilt für $A - B + C > 0$ unabhängig von den Vorzeichen der einzelnen Koeffizientengruppen:

$$(1 - a_{11} - b_{11})(1 - a_{22} - b_{22}) > (a_{12} + b_{12})(a_{21} + b_{21})$$

4) Vgl. Anhang III, (c).

	δ_1	δ_2
$A-B+C > 0$	Positiv ($2A-B+\sqrt{B^2-4AC} > 0$)	Positiv ($2A-B-\sqrt{B^2-4AC} > 0$)
$A-B+C < 0$	Negativ ($2A-B+\sqrt{B^2-4AC} > 0$)	Positiv ($2A-B-\sqrt{B^2-4AC} < 0$)

Nur dann, wenn die sektorinterne Investitionsnachfrage in beiden Bereichen zugleich hinreichend groß genug ist, eine evtl. geringe sektorinterne Intermediärnachfrage zu überkompensieren, werden auch in diesem Fall die Faktoren δ_1 positiv. Gelingt dies nicht ($A-B+C < 0$), so ist zumindest der Faktor δ_1 negativ und verursacht wachstumsstörende Schwankungen in beiden Sektoren, deren Ausmaß von der absoluten Höhe der zugeordneten endogenen Niveau-komponenten (c_{11} bzw. c_{21}) abhängig ist.¹⁾ Der Faktor δ_2 ist positiv, da die intrasektorale Investitionsnachfrage in derartigen Fällen die intersektorale Verflechtung nur unwesentlich übersteigt, zugleich aber der Grad der zwischensektoralen Intermediärnachfrage relativ hoch ist.

Da negative Werte der Faktoren δ_i unabhängig von den Absolutwerten der Niveau-komponenten (c_{ik})²⁾ umso stärkere Schwankungen hervorrufen, je größer ihre eigenen absoluten Werte und je höher die der Niveau-komponenten, tendiert ein generell hoher Grad an intrasektoraler Verflechtung weitaus eher zu Produktionsschwankungen im Gesamtsystem wie in den Entwicklungspfaden der einzelnen Sektoroutputs als eine verhältnismäßig hohe intersektorale Verflechtung.

1) Vgl. dazu die allgemeine Beschreibung des offenen Systems in Teil C, Abschnitt III.

2) Da bei negativen Faktoren das Vorzeichen periodisch wechselt, bedeutet eine Änderung des Vorzeichens der Niveau-komponente lediglich eine periodische Verschiebung des Störungsausschlags.

Diese These trifft für die Akzeleratorkoeffizienten in stärkerem Maße als für die Koeffizienten der Intermediärnachfrage zu. Letztere erweist sich damit in gewissem Sinne als Stabilisator im Vergleich zu der anfälligeren Investitionsnachfrage. Dies gilt insbesondere kurzfristig, solange der Einfluß eines dominierenden Faktors noch nicht durchschlägt.¹⁾

Da die beiden exogenen Faktoren der Endnachfrage voraussetzungsgemäß über Eins liegen, ist die Gesamtentwicklung in beiden Sektoren - abgesehen von unterschiedlichen Beiträgen und Größen der Niveauelementen - abhängig von den Größenrelationen der Faktoren zueinander. Positive Werte der endogenen Faktoren verstärken eine mögliche Wachstumstendenz der exogenen Faktoren, und zwar unter Eins mit schnell abnehmendem Einfluß, über Eins mit ständig steigendem Effekt. Umgekehrt verliert ein negativer Wert eines endogenen Faktors unter Eins (absolut gesehen) schnell seine störende, Schwankungen verursachende Wirkung, während ein Absolut-Wert über Eins ständig stärker werdende Produktionsschwankungen zur Folge haben kann.

In allen unterschiedenen Fällen kommt jedoch zusätzlich der Einfluß der jeweiligen Niveauelemente hinzu, wobei wiederum nach den Beiträgen und Größenrelationen unterschieden werden muß. Diese hängen ihrerseits entscheidend von der Höhe und den Beiträgen sowohl der exogenen wie der endogenen Faktoren ab.²⁾

-
- 1) Ist ein negativer Faktor selbst dominierend, so ist der Wachstumspfad beider Sektoren, insbesondere langfristig, durch einen ständig steigenden Einfluß von Schwankungen auf die Wachstumsrate gekennzeichnet. VII. Teil C, Abschnitt III.
 - 2) Da die in Anm. 2), Seite 65 angeführten Bedingungen für die angenommenen Koeffizientenwerte erfüllt sind, ist die Existenz zumindest eines positiven endogenen Wachstumsfaktors gesichert.

Die Ermittlung von Kriterien, die ähnliche Schlußfolgerungen für die absoluten Werte der Niveau-komponenten sowie für ihre relative Größenstruktur zuläßt wie bei den Faktoren, stößt hier schon bei einem Zweisektormodell, das alle möglichen wechselseitigen Interdependenzen enthält, an die Grenzen der Überschaubarkeit.

An dieser Stelle muß folglich dem tatsächlichen vertikalen Aufbau der Produktions- bzw. Verflechtungsstruktur einer Volkswirtschaft Rechnung getragen werden, indem die intersektoralen Nachfragebeziehungen auf die einseitigen Lieferbeziehungen zwischen dem Bereich der Kapitalgüterproduktion und dem Sektor der Konsumgüterherstellung beschränkt wird.

III. Modifikation der allgemeinen intersektoralen Interdependenz unter dem Aspekt der vertikalen Produktionsverflechtung

1. Einschränkung der Verflechtungsbeziehungen

Die im allgemeineren Modell des vorangegangenen Abschnitts unterstellte Hypothese, daß alle Sektoren einer Wirtschaft in gegenseitiger Angebots-Nachfrage-Beziehung stehen, wird nun dahingehend relativiert, daß die Produzenten eines Gutes nicht auch zugleich Intermediär- und Investitionsgüter bei ihren Abnehmersektoren nachfragen.¹⁾ Diese Annahme trägt nicht nur dazu bei, der tatsächlichen Verflechtung zwischen den Sektoren eher gerecht zu werden,²⁾

1) Vgl. dazu die ähnlichen Annahmen in einem einfacheren Modell ohne Intermediärverflechtung und mit einer anders orientierten Fragestellung bei Vosgerau, H.-J., (1), Seite 32 ff., sowie das Stufenmodell bei Richter, R., (1), Seite 460 ff.

2) Sie gilt natürlich in erhöhtem Maße für die Verflechtung in einem stark disaggregierten System und kann insofern als Näherungshypothese im Zweisektor-Modell angesehen werden.

Vgl. dazu auch das Ausgangsmodell Neumanns, in dem die Funktion der einzelnen Güter als Kapital- oder Konsumgut nicht aus ihrer Produktion, sondern erst durch ihre jeweilige Verwendung determiniert wird. Das hat insbesondere den Vorteil, mit einer unverzögerten Anpassung des Angebots an Veränderungen der Nachfragestruktur operieren zu können, wie es auch im hier vorliegenden Modell unterstellt wird. Neumann, M., Seite 46 ff.

sondern macht darüber hinaus eine einfachere und deutlichere Darstellung und Analyse der sektoralen Interdependenz sowohl im offenen wie auch geschlossenen System möglich.

Dieser vertikalen Produktionsstruktur der Wirtschaft entsprechend wird im folgenden dem Sektor 1 die Produktion von Gütern des Umlauf- und Anlagekapitals

- (a) für den eigenen Bedarf ($a_{11} > 0$, $b_{11} > 0$),
- (b) für den Sektor 2 ($a_{12} > 0$, $b_{12} > 0$),
- (c) für die exogene Endnachfrage (z. B. des Staates und des Auslandes)

zugeordnet.

Im Sektor 2 erfolgt die Produktion von kurzlebigen und langfristigen Konsumgütern (einschließlich Dienstleistungen)

- (a) für den eigenen Bedarf ($a_{22} > 0$, $b_{22} > 0$),
- (b) für die exogene Nachfrage (der Haushalte, des Staates sowie des Auslandes).

Im vorliegenden Fall ist die Produktions- und Investitionshöhe im Sektor 2 von der Entwicklung im Sektor 1 völlig unabhängig,¹⁾ während das Outputniveau des letzteren, wie auch im allgemeineren System, unmittelbar von der Produktionsentwicklung des Sektors 2 tangiert wird.

1) Dies ist nicht nur auf die einseitige Verflechtungsbeziehung zwischen den beiden Sektoren, sondern auch auf die autonome Bestimmung der Endnachfrage im Rahmen des offenen Systems zurückzuführen. Die Situation ändert sich bei der kreislauftheoretischen Schließung des Modells, die im nächsten Abschnitt erfolgt.

Der Verflechtungszusammenhang bleibt somit auf die einseitige, vertikal orientierte Nachfragerichtung von Sektor 2 zu Sektor 1 beschränkt.

Wie im Abschnitt zuvor werden auch hier als Ausgangspunkt für die Analyse eines Expansionsgleichgewichts positive Nettoinvestitionen sowie positive Größen der Intermediärnachfrage vorausgesetzt.

Das durch (II.4) beschriebene Gleichgewicht in jeder beliebigen Periode t reduziert sich nunmehr auf die folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} \text{(III.1)} \quad & (1-a_{11})X_1(t) - a_{12}X_2(t) - b_{11}[X_1(t) - X_1(t-1)] \\ & - b_{12}[X_2(t) - X_2(t-1)] = C_1(t) \\ & (1-a_{22})X_2(t) - b_{22}[X_2(t) - X_2(t-1)] = C_2(t). \end{aligned}$$

Für positive Endnachfragemengen in beiden Sektoren gelten demgemäß nachstehende Einschränkungen bei den Verflechtungskoeffizienten:

$$\begin{aligned} \text{(III.2)} \quad & 0 < 1 - a_{11} - b_{11} \frac{\Delta X_1}{X_1} - \frac{X_2}{X_1} (a_{12} + b_{12} \frac{\Delta X_2}{X_2}) < 1 \\ \text{und} \quad & 0 < 1 - a_{22} - b_{22} \frac{\Delta X_2}{X_2} < 1. \end{aligned}$$

Die Existenz eines Kreislaufgleichgewichts in einer bestimmten Periode ist damit an bestimmte Grenzen für die Höhe der Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage gebunden. Zusammen mit der exogenen Endnachfrage erschöpft in jeder Periode die Gesamtnachfragemenge das Angebot in beiden Sektoren.

Durch die genannten Einschränkungen wird jedoch noch keine Aussage über die Entwicklungspfade in den beiden Sektoren gemacht. In Analogie zu Harrods Modell bedeuten sie nichts anderes als positive Werte für die Intermediär- und Investitionsnachfrage sowie positive Ersparnis und positive exogene Endnachfrage nach Gütern beider Sektoren.

Die Höhe des Nettoproduktionswertes ist - werden die Außenhandelsbeziehungen vernachlässigt - der Höhe des Sozialproduktes in einer Periode t gleich und ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \text{(III.3)} \quad Y(t) &= X_1(t) - x_{11}(t) - x_{12}(t) + X_2(t) - x_{22}(t) \\ &= (1-a_{11})X_1(t) + (1-a_{12}-a_{22})X_2(t). \end{aligned}$$

Besteht die gesamte Endnachfrage nach Gütern beider Sektoren in der Nachfrage nach Konsumgütern der privaten Haushalte sowie der exogen determinierten Nachfrage des Staates nach Gütern beider Sektoren, dann folgt für die Höhe der Ersparnis in der gleichen Periode t :

(III.4)

$$\begin{aligned} S(t) &= X_1(t)(1-a_{11}) + X_2(t)(1-a_{12}-a_{22}) - C_1(t) - C_2(t) \\ &= b_{11} [X_1(t) - X_1(t-1)] + (b_{12} + b_{22}) [X_2(t) - X_2(t-1)] \\ &= J(t). \end{aligned}$$

Handelt es sich also bei den genannten Nachfragegrößen in allen Fällen um geplante (ex ante-)Größen, dann ist die Situation in jeder Periode durch Gleichgewicht zwischen Investition und Ersparnis, bzw. zwischen Gesamtangebot und Gesamtnachfrage gekennzeichnet.

2. Formulierung und Lösung des Systems

Die allgemeine Formulierung der Endnachfragefunktion bleibt unverändert erhalten und gilt entsprechend (II.3) auch für das vorliegende modifizierte System:

(III.5)

$$C_1(t) = C_1(0) \cdot \gamma_1^t \quad \text{mit } \gamma_1 = \text{Wachstumsfaktor der Endnachfrage in Sektor 1;}$$

$$C_2(t) = C_2(0) \cdot \gamma_2^t \quad \text{mit } \gamma_2 = \text{Wachstumsfaktor der Endnachfrage in Sektor 2.}$$

Aus (III.1) wird unter Berücksichtigung von (III.5) als Gesamtsystem:

(III.6)

$$\begin{aligned} X_1(t)(1-a_{11})-a_{12}X_2(t) - b_{11} [X_1(t)-X_1(t-1)] \\ - b_{12} [X_2(t)-X_2(t-1)] = C_1(0) \cdot \gamma_1^t \end{aligned}$$

$$X_2(t)-b_{22} [X_2(t)-X_2(t-1)] - a_{22}X_2(t) = C_2(0) \cdot \gamma_2^t$$

Als homogene Lösung dieses inhomogenen Gleichungssystems folgt: ¹⁾

$$(III.7) \quad X_1'(t) = c_{11}\delta_1^t + c_{12}\delta_2^t$$

$$X_2'(t) = c_{22}\delta_2^t$$

1) Vgl. für die Ableitung Anhang IV.

mit den Koeffizientengruppen:

(III.8)

$$A = b_{11}b_{22}$$

$$B = (1-a_{11})b_{22} + (1-a_{22})b_{11}$$

$$C = (1-a_{11})(1-a_{22})$$

und den beiden endogenen Faktoren:

$$(III.9) \quad \delta_1 = \frac{2A-B + \sqrt{B^2-4AC}}{2(A-B+C)} = \delta_2 + \frac{\sqrt{B^2-4AC}}{A-B+C}$$

$$\delta_2 = \frac{2A-B - \sqrt{B^2-4AC}}{2(A-B+C)}$$

Unter der Berücksichtigung, daß

$$(III.10) \quad A - B + C = (1 - a_{11} - b_{11})(1 - a_{22} - b_{22})$$

folgt für die beiden Faktoren δ_1 :¹⁾

$$(III.11) \quad \delta_1 = \frac{b_{11}}{b_{11} - (1-a_{11})} \quad \text{oder} \quad 1 - \frac{1}{\delta_1} = \frac{1-a_{11}}{b_{11}} \quad (= \beta_1)$$

$$\delta_2 = \frac{b_{22}}{b_{22} - (1-a_{22})} \quad \text{oder} \quad 1 - \frac{1}{\delta_2} = \frac{1-a_{22}}{b_{22}} \quad (= \beta_2).$$

Wie bereits angedeutet,²⁾ ist die Höhe der nunmehr einseitigen intersektoralen Nachfrageverflechtung ohne Einfluß auf die endogenen Wachstumsfaktoren δ_1 und damit auf die endogen determinierte Entwicklungstendenz im System.

1) Vgl. Anhang IV.

2) Vgl. dazu Teil C, Abschnitt III und insbesondere Anm. 1) auf Seite 100.

Dies erklärt sich aus dem Umstand, daß Veränderungen der intersektoralen Koeffizienten bei unveränderter Endnachfragesituation zugleich entsprechende gegenläufige Veränderungen der intrasektoralen Koeffizienten im Sektor 1 erfordern (und umgekehrt), wenn das Angebots-Nachfrage-Gleichgewicht erhalten bleiben soll. Da jedoch der Konsumgütersektor in seiner Entwicklung unabhängig von derjenigen des Investitionsgütersektors ist, ergeben sich nicht, wie etwa im zuvor dargestellten allgemeineren System mit wechselseitiger Verflechtung, Rückwirkungen über eine gegenseitige Interdependenz. Hier zeigt sich folglich ein Nachteil des kreislaufmäßig nicht geschlossenen Modells. Da auch die Produktionsentwicklung in beiden Sektoren ohne Einfluß auf die Endnachfragehöhe und -entwicklung bleibt, werden kompensatorische Wirkungen auf den endogenen Einflußbereich beschränkt.¹⁾

Analog zu (II.9) und (II.10) des allgemeineren Systems gilt für die relativen Werte der endogenen Niveauelemente:

$$(III.12) \quad \frac{c_{12}}{c_{22}} = \frac{a_{12} + b_{12}\beta_2}{1 - a_{11} - b_{11}\beta_2}$$

Da $c_{21} = 0$, kann die Niveauelemente c_{11} - bleiben die Ausgangswerte der Sektoroutputs und der Endnachfrage zunächst noch unberücksichtigt - einen beliebigen Wert annehmen und ist daher in ihrer Höhe nicht schon durch die Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage determiniert.

1) Vgl. Teil C, Abschnitt III.

Wie im allgemeineren Modell¹⁾ erfolgt die Bestimmung der partikulären Lösung auf der Basis der in (III.5) angenommenen Endnachfrageentwicklung für beide Sektoren:

(III.13)

$$\bar{X}_1(t) = r_1 \gamma_1^t + s_1 \gamma_2^t \quad \text{oder:} \quad \bar{X}_1(t) = R_1 C_1(t) + S_1 C_2(t)$$

$$\bar{X}_2(t) = s_2 \gamma_2^t \quad \text{oder} \quad \bar{X}_2(t) = S_2 C_2(t)$$

Für die Höhe der exogenen Niveauelementen folgt wiederum analog zum verallgemeinerten Modell:

$$(III.14) \quad r_1 = R_1 \cdot C_1(0) \quad r_2 = 0$$

$$s_1 = S_1 \cdot C_2(0) \quad s_2 = S_2 \cdot C_2(0)$$

oder, unter Berücksichtigung der jeweiligen Konstellationen der Verflechtungskoeffizienten sowie der endogenen wie exogenen Wachstumsfaktoren:²⁾

$$(III.15) \quad r_1 = \frac{1}{1-a_{11}-b_{11}\alpha_1} C_1(0)$$

$$s_1 = \frac{a_{12}+b_{12}\alpha_2}{1-a_{11}-b_{11}\alpha_2} \cdot \frac{1}{1-a_{22}-b_{22}\alpha_2} C_2(0)$$

$$s_2 = \frac{1}{1-a_{22}-b_{22}\alpha_2} C_2(0)$$

Aus (III.7) und (III.13) folgt als Lösung des Gesamtsystems:

1) Gleichungen (II.11) in Abschnitt II dieses Teils.

2) Vgl. dazu Seite 102 und Anhang IV.

(III.16)

$$X_1(t) = X_1'(t) + \bar{X}_1(t) = c_{11}\delta_1^t + c_{12}\delta_2^t + r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_1^t$$

$$X_2(t) = X_2'(t) + \bar{X}_2(t) = c_{22}\delta_2^t + s_2\gamma_2^t$$

Die endogenen Niveauelementen lassen sich schließlich mit Hilfe der exogenen Niveauelementen (bzw. der Anfangswerte der Endnachfrage in beiden Sektoren) sowie der Anfangswerte der Sektoroutputs in ihrer absoluten Höhe bestimmen:

$$(III.17) \quad c_{22} = X_2(0) - s_2$$

$$c_{12} = \left[X_2(0) - s_2 \right] \frac{a_{12} + b_{12} \alpha_2}{1 - a_{11} - b_{11} \alpha_2}$$

$$c_{11} = X_1(0) - \left[\bar{X}_2(0) - s_2 \right] \frac{a_{12} + b_{12} \alpha_2}{1 - a_{11} - b_{11} \alpha_2} - r_1 - s_1$$

Die Lösung des Gesamtsystems (III.16) läßt deutlich erkennen, daß die Entwicklung des Sektors 2 völlig unabhängig von der im Sektor 1 verläuft. Dies äußert sich nicht nur in dem Fehlen der beiden entsprechenden Faktoren (δ_1 und γ_1), sondern auch in der Struktur der Verflechtungskoeffizienten in den Niveauelementen des Sektors 2. In der Entwicklung des Sektors 1 sind dagegen die Verflechtungseinflüsse verhältnismäßig klar von den anderen getrennt, zumindest in der Zusammensetzung der Niveauelementen. Wie später noch gezeigt wird, lassen sich die Verflechtungseinflüsse auf den Sektor 1 völlig isolieren und damit ihre Bedeutung für die Entwicklung im Sektor 1 genauer spezifizieren.

Da die endogenen Wachstumsfaktoren aus dem Verhältnis von sektorinterner Nachfrage nach Intermediärgütern zu der nach Investitionsgütern ermittelt werden, ist die

Gesamtentwicklung, die sich aufgrund bestimmter Koeffizienten-Konstellationen einstellt, verhältnismäßig leicht überschaubar.

Je kleiner die Werte der sektorinternen Akzelerator-Koeffizienten (b_{11}), desto größer sind grundsätzlich die absoluten Werte der Wachstumsfaktoren.

Bei der hier vorliegenden Beschränkung auf zwei Sektoren werden die jeweiligen Akzeleratoren bestimmte Grenzen nicht über- bzw. unterschreiten.

Da b_{11} den gesamten Kapital- bzw. Nettoinvestitionsbedarf des Sektors 1 widerspiegelt, ist mit Sicherheit folgende Bedingung für einen positiven und über Eins liegenden Wert von δ_1 erfüllt:¹⁾

$$(III.18) \quad b_{11} > 1 - a_{11}$$

Den Nettoinvestitionsbedarf des Sektors 2 enthält im wesentlichen der Akzeleratorkoeffizient b_{12} , während der sektorinterne Kapitalbedarf durch b_{22} wiedergegeben wird. Dieser wird zum weitaus größten Teil in der erwünschten Veränderung des Lagerbestandes an dauerhaften Konsumgütern bestehen. Dennoch ist die Angabe irgendeiner Größenrelation zwischen dem intrasektoralen Intermediär- und Investitionsbedarf in diesem Sektor (2) als Kriterium für den Wert und die absolute Höhe des endogenen Wachstumsfaktors δ_2 nicht so ohne weiteres möglich wie für δ_1 .

1) Gleichzeitig soll auch hier davon ausgegangen werden, daß sich der Koeffizient der sektorinternen Intermediärnachfrage im Rahmen von

$$0 < a_{11} < 0,5$$

hält.

Vgl. Seite 108.

Betrachtet man den Akzelerator-Koeffizienten b_{22} allein als Ausdruck der von den Unternehmern erwünschten Lagerveränderung an dauerhaften Gütern, so muß zur Aufrechterhaltung eines unternehmerischen Gleichgewichts die (marginale) Zuwachsgröße der Lager den durchschnittlichen Anteil derselben an der Gesamtproduktion bzw. an dem Nettoproduktionswert unverändert lassen und daher konstant sein, wenn auch das Sozialprodukt mit konstanter Rate wächst.¹⁾ Aus diesem Grunde muß der Akzeleratorkoeffizient b_{22} relativ niedrig angesetzt werden, so daß in der Regel der Wert

$$(III.19) \quad \delta_2 = \frac{b_{22}}{b_{22} - (1 - a_{22})}$$

negativ wird, da

$$(III.20) \quad b_{22} < 1 - a_{22}$$

ist.²⁾

1) Vgl. dazu auch Harrod, R. F., (2), Seite 84.

2) Der Fall $b_{22} = 1 - a_{22}$ würde implizieren, daß der Anteil des Lagerzuwachses am Nettoproduktionswert des Sektors 2 (Y_2) in einer Periode ungefähr dem Wachstum des Nettoprodukts (Y_2) zwischen Vorperiode und Betrachtungsperiode entspräche, also:

$$\frac{J_{22}(t)}{Y_2(t)} = \frac{w_{y_2}}{1 + w_{y_2}} \approx w_{y_2} \text{ mit } Y_2(t) = X_2(t) (1 - a_{22})$$

$$\text{und } w_{y_2} = \frac{Y_2(t) - Y_2(t-1)}{Y_2(t-1)}$$

Eine derartige Entwicklung kann jedoch nicht als Ausdruck einer unternehmerischen Verhaltensweise angesehen werden. Wie sich an einem Beispiel leicht zeigen läßt, entspricht in diesem Fall der absolute Lagerzuwachs (J_{22}) einer Periode genau der absoluten Zunahme des Nettoprodukts zwischen Vorperiode und dieser Periode, d. h. die Endnachfrage muß in der Folgeperiode die absolute Höhe des Nettoprodukts der Betrachtungsperiode erreichen.

Zum Verhältnis von Lagerbestand und Outputhöhe in einer bestimmten Periode sowie zur Ermittlung derartiger 'Lagerkoeffizienten' vgl. insbesondere Grosse, R. N., Seite 205 ff.

Der absolute Wert des Faktors δ_2 ist dann umso größer, je geringer die Differenz zwischen b_{22} und $(1-a_{22})$, d. h. je höher unter Beibehaltung der oben angeführten Bedingung (III.20) die Werte beider Koeffizienten sind.

3. Voraussetzungen eines stetigen und stabilen Gleichgewichtswachstums in den Sektoren

a) Sektor 2

Aufgrund des im Modell unterstellten Verflechtungszusammenhangs muß zunächst die Entwicklung im Sektor 2 untersucht werden, damit die daraus ermittelten Erkenntnisse für die Analyse des Wachstums in Sektor 1 mit berücksichtigt werden können.

Die Feststellung eines negativen Wertes des endogenen Faktors δ_2 impliziert zunächst, daß zumindest kurzfristig gewisse Wachstumsstörungen des zeitlichen Expansionspfades zu erwarten sind. Ihre Dauer wird wesentlich von der absoluten Höhe des Faktors δ_2 bestimmt, ihr Ausmaß von der (absoluten) Höhe der Niveauelementen c_{22} . Sehr langfristig gesehen genügt es, wenn der Wachstumsfaktor der Endnachfrage γ_2 dominierend ist. Kurzfristig muß jedoch der Absolutwert von δ_2 so weit wie möglich unter Eins liegen, um ein schnelles Verschwinden von Störungen zu bewirken.

Dieses ist umso eher der Fall, je größer die durch

$$(III.21) \quad b_{22} < \frac{1-a_{22}}{2}$$

gekennzeichnete Differenz,¹⁾ d. h. je geringer die sektorinterne Investitionsnachfrage (Lagerzuwachs) und je niedriger der sektorinterne Intermediärbedarf sind.

Schwieriger gestaltet sich die Ermittlung eines geeigneten Kriteriums für die Beurteilung der Höhe der Niveauelementen. Da sie jedoch immer in Verbindung mit einem negativen Faktor steht, ist lediglich ihre absolute Höhe, nicht ihr Vorzeichen von grundsätzlicher Bedeutung.²⁾

Hierfür müssen zusätzlich die Ausgangswerte von der Sektorproduktion und der Endnachfrage zugezogen werden. Diese sind als gegebene und unbeeinflussbare 'Daten' zu betrachten, deren Größenrelation jedoch die Voraussetzungen für ein Expansionsgleichgewicht mit möglichst konstanter Rate wesentlich mitbestimmt. Das Ausmaß potentieller Störungen wird daher umso geringer, je kleiner die Differenz zwischen dem Ausgangsniveau des Sektoroutputs und der Niveauelemente s_2 . Diese Differenz stellt zugleich den absoluten Wert der endogenen Komponente c_{22} dar. Sie wird Null, wenn

$$(III.22) \quad b_{22} = (1 - a_{22} - \frac{c_2(o)}{x_2(o)}) \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1}$$

ist.³⁾

1) Dies läßt sich aus $|\delta_2| < 1$ leicht herleiten:

$$\frac{-b_{22}}{b_{22} - (1 - a_{22})} < 1 \quad \text{oder:} \quad \frac{b_{22}}{1 - a_{22} - b_{22}} < 1, \text{ d.h. } b_{22} < 1 - a_{22} - b_{22}$$

$$\text{oder: } b_{22} < \frac{1 - a_{22}}{2}$$

2) Eine Umkehrung des Vorzeichens hätte lediglich eine periodische Umschichtung ihres jeweiligen Einflusses zur Folge.

3) Dies folgt unmittelbar aus der Beziehung:

$$c_{22} = x_2(o) - s_2 = x_2(o) - \frac{1}{1 - a_{22} - b_{22}} c_2(o)$$

Zur formalen Beweisführung und Ausschließlichkeit dieser Möglichkeit vgl. Anhang V.

Der Störungseinfluß des endogenen Faktors δ_2 wird annulliert. Je höher folglich der Anteil der Endnachfrage an der Gesamtproduktion und je stärker ihr Wachstum, umso niedriger ist der 'erforderliche' Akzeleratorwert. Ist der tatsächliche Wert kleiner als der 'erforderliche', wird die Niveauekomponente c_{22} positiv, die exogene Komponente s_2 also entsprechend kleiner [als $X_2(0)$], die Produktion tendiert zu kurzfristig geringerem Wachstum als mit der Rate der Endnachfrage. Je größer diese Diskrepanz zwischen dem tatsächlichen und dem 'erforderlichen' Akzeleratorwert, desto gravierender sind zwar sehr kurzfristig die Schwankungen der Wachstumsrate infolge eines höheren Wertes von c_{22} . Gemäß (III.21) läßt ihr Einfluß aber zugleich umso schneller nach, so daß auf längere Sicht die Entwicklung rasch stabil wird.

Umgekehrt wirkt ein zu hoher Akzeleratorkoeffizient zunächst stimulierend, da die Niveauekomponente c_{22} negativ wird, die exogene Komponente s_2 also entsprechend über $X_2(0)$ liegt. Der negative Wert des Faktors δ_2 weist jedoch gemäß (III.21) einen entsprechend höheren Absolutwert auf, so daß er nicht nur stärker und längere Zeit destabilisierend wirkt, sondern im Fall einer Dominanz den Wachstumseffekt des exogenen Faktors zu überkompensieren vermag. Kurzfristig ist aber auch hier das Ausmaß von Schwankungen der Wachstumsrate von der relativen Höhe beider Niveauekomponenten abhängig. Auf längere Sicht hingegen wirkt eine Abweichung des tatsächlichen von dem 'erforderlichen' Akzeleratorwertes nach oben tendenziell immer stärker destabilisierend als eine nach unten.

Das durch (III.22) beschriebene Kriterium mißt folglich das Niveau bei Abweichungen des Akzeleratorwertes von dem beschriebenen Gleichgewichtswert, während das Kriterium (III.21) die zeitliche Wirkung infolge der absoluten Höhe des endogenen Wachstumsfaktors verdeutlicht.

Im Vergleich zu Harrods Makromodell gibt es im sektoralen Gleichgewichtssystem nur einen genau bestimmten, eng eingegrenzten Wert des Akzeleratorkoeffizienten, der sowohl kurz- wie auch langfristig mit stetigem Wachstum kompatibel ist. Die sektorale Aufspaltung macht deutlich, daß auch im Rahmen eines Gleichgewichtsmodells ein kurzfristig un-
stetiges in ein langfristig stetiges Wachstum einmünden kann, während in der Regel im Ein-Sektor-Modell Harrods allein die Beibehaltung der Gleichgewichtsrates ein stetiges Wachstum garantiert. Andererseits kann unter sektoralem Aspekt jedoch auch ein kurzfristig relativ stetiges Wachstum langfristig instabil werden, wenn der endogene Wachstumsfaktor dominierend wird und die entsprechende endogene Niveau-
komponente von Null verschieden ist.¹⁾

Generell kann für die Entwicklung im Sektor 2 festgestellt werden, daß auf der Basis der gemachten Voraussetzungen, insbesondere im Rahmen der Gleichgewichtsdynamik, kurzfristig nur eine ganz bestimmte Koeffizientenkonstellation (in Übereinklang mit dem Anteil der Endnachfrage an der Gesamtproduktion), bzw. ein ganz bestimmter Wert des sektorinternen Akzelerators b_{22} ein gleichgewichtiges und stetiges Wachstum zugleich gewährleistet. Je stärker die Abweichungen des tatsächlichen Akzelerators von diesem 'Gleichgewichtswert', desto stärker die Tendenz zu - wenigstens kurzfristigen - Störungen des Wachstums. Langfristig jedoch tendiert die Produktion in einer Vielzahl von Koeffizientenkonstellationen zu einem stabilen Wachstum mit der Rate der Endnachfrage.

1) Der Vergleich mit Harrods Konzeption und Ergebnissen bleibt hier notwendig unvollkommen, da die autonome Entwicklung der Endnachfrage die eigentliche Ursache der relativen Stabilität des Gleichgewichtswachstums in den genannten Grenzen ist. Das kreislaufmäßig geschlossene Modell im nächsten Abschnitt wird zu zeigen haben, inwieweit diese Aussagen einzuschränken sind, wenn - wie in Harrods Modell - die Endnachfrage in den Interdependenzzusammenhang einbezogen wird.

Die Fälle selbst langfristig ständig zunehmender Schwankungen beschränken sich auf die Konstellationen, in denen $|\delta_2| > \gamma_2$, wobei sowohl die Intermediär- als auch die Investitionsnachfrage im Sektor 2 selbst unverhältnismäßig hohe Anteile an der Produktion bzw. ihrem Wachstum beanspruchen.¹⁾ (Vgl. Tabelle)

-
- 1) Einen Sonderfall stellt die Situation dar, in der für $c_{22} \neq 0$ der absolute Wert des Faktors δ_2 genau dem Wachstumsfaktor der Endnachfrage entspricht, also

$$\frac{b_{22}}{1-a_{22}-b_{22}} = \gamma_2 \quad \text{oder:} \quad b_{22} = (1-a_{22}) \frac{\gamma_2}{\gamma_2+1}$$

Die Produktionsentwicklung im Sektor 2 weist in diesem Fall ein Wachstum mit konstanter Rate im Zweiperiodenzyklus auf, da sich im Zeitraum von jeweils zwei Perioden die negativen und positiven Wirkungen des endogenen Einflusses genau kompensieren.

C_{22} $ \delta_2 $	$c_{22} = 0$ oder $b_{22} = (1-a_{22} - \frac{C_2(o)}{X_2(o)}) \frac{\gamma_2}{\gamma_2-1}$	$c_{22} \geq$ oder $b_{22} \leq (1-a_{22} - \frac{C_2(o)}{X_2(o)}) \frac{\gamma_2}{\gamma_2-1}$
$\delta_2 < 1$	Gleichgewichtiges und stetiges Wachstum im Sektor 2 mit der Rate der Endnachfrage $w_{X_2} = \gamma_2 - 1$.	Kurzfristig rasch abnehmende Schwankungen der endogenen Einflußgröße und relativ schnelle Stabilisierung auf $w_{X_2} = \gamma_2 - 1$.
$\delta_2 < \gamma_2$	Gleiche absolute Schwankungen der endogenen Komponente, deren Einfluß im Zeitverlauf sinkt. Langfristig Stabilisierung auf $w_{X_2} = \gamma_2 - 1$.	Gleiche absolute Schwankungen der endogenen Komponente, deren Einfluß im Zeitverlauf sinkt. Langfristig Stabilisierung auf $w_{X_2} = \gamma_2 - 1$.
$\delta_2 > 1$	Absolut steigender Wert des endogenen Einflusses. Kurzfristig stärkere Schwankungen der Wachstumsrate, sehr langfristig schlägt Dominanz von γ_2 durch, d. h. Stabilisierung auf $w_{X_2} = \gamma_2 - 1$.	Absolut steigender Wert des endogenen Einflusses. Kurzfristig stärkere Schwankungen der Wachstumsrate, sehr langfristig schlägt Dominanz von γ_2 durch, d. h. Stabilisierung auf $w_{X_2} = \gamma_2 - 1$.
$\delta_2 = \gamma_2$	Gleiche relative Schwankungen der Wachstumsrate von Periode zu Periode. Stabiles Wachstum mit der Rate $w_{X_2} = \gamma_2 - 1$ über jeweils zwei Perioden hinweg.	Gleiche relative Schwankungen der Wachstumsrate von Periode zu Periode. Stabiles Wachstum mit der Rate $w_{X_2} = \gamma_2 - 1$ über jeweils zwei Perioden hinweg.
$\delta_2 > \gamma_2$	Kurzfristig rasch zunehmender Einfluß der endogenen Komponente mit der Folge steigender Schwankungen der Wachstumsrate. Langfristig explodierende Zyklen.	Kurzfristig rasch zunehmender Einfluß der endogenen Komponente mit der Folge steigender Schwankungen der Wachstumsrate. Langfristig explodierende Zyklen.

Wie aus der Tabelle hervorgeht, können - in Analogie zu Samuelsons Darstellung über die Entwicklungsrichtungen des Zusammenwirkens von Multiplikator und Akzelerator¹⁾ - vier Hauptentwicklungsmöglichkeiten unterschieden werden. Die Koeffizientenkonstellationen, die jeweils die einzelnen Entwicklungspfade abgrenzen, sind hier jedoch - im Gegensatz zu Samuelsons Modell - erheblich stärker spezifiziert, insbesondere durch die explizite Berücksichtigung der intermediären Nachfrage.

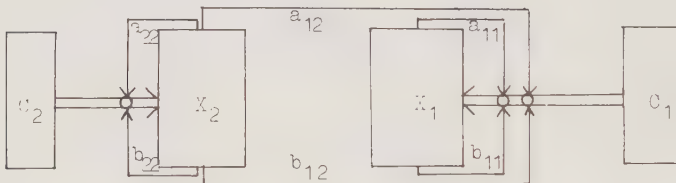
Während die Größenrelation der Entwicklungsfaktoren zueinander (in Absolutwerten gemessen, Vorspalte) den jeweiligen Entwicklungstyp bestimmt, ist die Existenz und (absolute) Höhe der endogenen Niveauelementen entscheidend für die kurz- und/oder langfristige Realisierung eines stetigen und stabilen Gleichgewichtswachstums (Vorzeile). Nur eine bestimmte Konstellation der Verflechtungskoeffizienten unter Berücksichtigung der Ausgangssituation und der Entwicklung der Endnachfrage ist mit einem stetigen Wachstumsgleichgewicht kompatibel (1. Entwicklungstyp, 1. Spalte). Hier hat die Größenrelation der Faktoren keinen Einfluß auf den zeitlichen Produktionsverlauf.

Die 2. Spalte enthält die Auswirkungen von Abweichungen von diesem Gleichgewichtswert auf die kurz- und langfristige Entwicklung. Je nach Grad der Abweichung und damit Stärke und zeitlicher Dauer des endogenen Einflusses ($c_{22} \delta_2$) ergeben sich die drei anderen Entwicklungsvarianten (1. bis 3. Zeile) nunmehr in Abhängigkeit von der jeweiligen Größenrelation der beiden Faktoren zueinander.

1) Samuelson, P. A., (1), Seite 75 ff. Vgl. auch Schneider, E., Seite 235 f. Die autonome Entwicklung der Endnachfrage (ohne Multiplikator) läßt auch hier einen Vergleich nur in begrenztem Rahmen zu.

b) Sektor 1

Hier erweist sich die Ermittlung allgemeiner Kriterien für ein gleichgewichtiges Wachstum mit konstanter Rate ungleich schwieriger als für Sektor 2. Grund hierfür ist vor allem die Verflechtungsbeziehung zum Sektor 2, deren Wirkungen zusätzlich zu den sektorinternen und denen der Endnachfrage zu berücksichtigen sind. Während für den Sektor 2 lediglich zwischen einer endogenen und einer exogenen Einflußgröße zu unterscheiden war, werden hier die verschiedenen Einflüsse durch die Verflechtungsbeziehungen zum Teil erheblich modifiziert (vgl. Wirkungsschema!).



Die Zusammensetzung der verschiedenen Einflußgrößen macht jedoch eine isolierte Untersuchung der Verflechtungseinflüsse weitgehend möglich.

Entsprechend (III.16) ergibt sich die Produktionsentwicklung im Sektor 1, die in jeder Periode t Gleichgewicht von Angebot und Nachfrage gewährleistet, zu:

$$X_1(t) = c_{11} \delta_1^t + c_{12} \delta_2^t + r_1 \gamma_1^t + s_1 \gamma_2^t$$

Durch geeignete Umformulierung lassen sich die Wirkungseinflüsse der intersektoralen Intermediär- und Investitionsnachfrage getrennt darstellen:

(III.23)

$$\begin{aligned}
 x_1(t) = & (x_1(o) - \frac{c_1(o)}{1-a_{11}-b_{11}\alpha_1}) \delta_1^t + \frac{c_1(o)}{1-a_{11}-b_{11}\alpha_1} \gamma_1^t \\
 & - a_{12} \left(\frac{c_{22}(\delta_1^t - \delta_2^t)}{1-a_{11}-b_{11}\beta_2} + \frac{c_2(o) (\delta_1^t - \gamma_2^t)}{(1-a_{11}-b_{11}\alpha_2)(1-a_{22}-b_{22}\alpha_2)} \right) \\
 & - b_{12} \left(\frac{c_{22}\beta_2(\delta_1^t - \delta_2^t)}{1-a_{11}-b_{11}\beta_2} + \frac{c_2(o)\alpha_2(\delta_1^t - \gamma_2^t)}{(1-a_{11}-b_{11}\alpha_2)(1-a_{22}-b_{22}\alpha_2)} \right)
 \end{aligned}$$

Aus Gleichung (III.23) ist leicht zu erkennen, daß ein un-
stetiges Wachstum im Sektor 2, d. h. ein Wert der endoge-
nen Niveauelementen $c_{22} = 0$, entsprechende destabilisie-
rende Wirkungen auf die Entwicklung im Sektor 1 hat. ¹⁾

Ihr Ausmaß ist abhängig von der Höhe der Verflechtungs-
koeffizienten, der 'Differenz' der beiden endogenen Fak-
toren ²⁾ und der Höhe der Niveauelementen c_{22} . ³⁾

Ein stetiges Wachstum im Sektor 2, das zugleich ein Ver-
schwinden der Niveauelementen c_{22} ($= 0$) voraussetzt,
wie die Analyse für den Sektor 2 zeigte, ist zugleich
auch eine wichtige Voraussetzung für ein stetiges Wachs-
tum im Sektor 1.

- 1) Zur Quantifizierung von 'linkage'-Effekten (Fühlungs-
vorteilen) vgl. in etwas anderem Zusammenhang
Bharadwaj, K. R., Seite 315 ff. und Rasmussen, P. N.,
(1), Seite 140 ff.
- 2) Entsprechend den Kriterien für die Werte der beiden
endogenen Faktoren ist δ_1 positiv und δ_2 negativ,
so daß es sich tatsächlich um eine Summe mit entspre-
chend stärkerem Effekt handelt.
- 3) Im Bereich der intersektoralen Investitionsnachfrage
wirkt die Größe $\beta_2 = 1 - \frac{1}{\delta_2}$ zusätzlich als Multiplika-
tor, und zwar aufgrund δ_2 des negativen Wertes von δ_2
mit verstärkender Wirkung.

Selbst ein stetiges Gleichgewichtswachstum im Sektor 2, in dem die Produktion mit der Endnachfrage im Gleichschritt wächst, d. h. $(1+w_{x_2}) = \gamma_2$ ist, kann aber noch unvereinbar mit einer kurzfristig stetigen Entwicklung im Sektor 1 sein, wenn hier das Wachstum der Endnachfrage verschieden verläuft. Dies ist deutlich aus den nunmehr reduzierten Formen der Gleichungen (III.15), (III.16) und (III.17) zu entnehmen.¹⁾

Für die exogenen Niveauelementen folgt dann:

$$(III.24) \quad r_1 = \frac{c_1(o)}{1-a_{11}-b_{11}\alpha_1}$$

$$s_1 = (a_{12}+b_{12}\alpha_2) \frac{x_2(o)}{1-a_{11}-b_{11}\alpha_1}$$

$$s_2 = x_2(o)$$

und für die endogenen:

(III.25)

$$c_{11} = x_1(o) - r_1 - s_1$$

$$= x_1(o) - \frac{1}{1-a_{11}-b_{11}\alpha_1} [c_1(o) + (a_{12}+b_{12}\alpha_2) x_2(o)]$$

$$c_{12} = 0$$

Unter Berücksichtigung von (III.24) und (III.25) folgt dann für die Produktionsentwicklung in Sektor 1:

1) Wie für den Sektor 2 dargelegt, wird in diesem Fall die endogene Komponente $c_{22} = 0$, wenn die exogene Komponente $s_2 = x_2(o)$ ist.

(III.26)

$$x_1(t) = \left[x_1(0) - \frac{c_1(0) + (a_{12} + b_{12}\alpha_2) x_2(0)}{1 - a_{11} - b_{11}\alpha_1} \right] \delta_1^t + \\ + \frac{c_1(0)}{1 - a_{11} - b_{11}\alpha_1} \gamma_1^t + \frac{(a_{12} + b_{12}\alpha_2) x_2(0)}{1 - a_{11} - b_{11}\alpha_1} \gamma_2^t.$$

Kurzfristig ist ein stetiges Wachstum im Sektor 1 nur möglich, wenn die Wachstumsraten der Endnachfrage nicht oder nur minimal divergieren, da die beiden zugehörigen Niveauelemente positiv sind, und der Einfluß des endogenen Faktors δ_1 annulliert wird.¹⁾ Analog zu Sektor 2 kann auch hier ein entsprechender Gleichgewichtswert des Akzelerators b_{11} ermittelt werden, der die Niveauelemente c_{11} in (III.25) bzw. (III.26) Null werden läßt.

Bleiben die Verflechtungseinflüsse zunächst unberücksichtigt, so ergibt sich die 'erforderliche' Höhe des Akzeleratorwertes völlig analog zu Sektor 2 aus (III.23) zu:

$$(III.27) \quad b_{11}^* = \left(1 - a_{11} - \frac{c_1(0)}{x_1(0)} \right) \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1}.$$

Dies folgt aus der 'sektoreigenen' Entwicklung, in der die Verflechtung zu Sektor 2 noch nicht berücksichtigt ist und die durch

$$(III.28) \quad \dot{x}_1(t) = c_{11}^* \delta_1^t + r_1 \gamma_1^t$$

gekennzeichnet ist, wobei

1) Eine Übereinstimmung von $\delta_1 = \gamma_1$ bei positivem Wert von c_{11} ist praktisch ausgeschlossen, da sie selbst für extrem hohe Wachstumsraten der Endnachfrage noch unverhältnismäßig hohe Werte des Akzelerator-koeffizienten b_{11} erfordert, wie sich durch Einsetzen der Wachstumsrate der Endnachfrage in (III.11) leicht zeigen läßt:

$$b_{11} = \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1} (1 - a_{11}).$$

(III.29)

$$c_{11}' = X_1(o) - r_1 = X_1(o) - \frac{C_1(o)}{1-a_{11}-b_{11}\alpha_1} = 0.$$

Aufgrund des weitaus geringeren Anteils der Endnachfrage am Produktionsvolumen des Sektors 1 im Vergleich zu Sektor 2 würde der Wert des Akzeleratorkoeffizienten, der ein stetiges Wachstum sowohl kurz- wie langfristig gewährleistet, den Wert Eins um ein Vielfaches übersteigen.

Tatsächlich jedoch reduziert hier die Nachfrage des Sektors 2 nach Intermediär- und Investitionsgütern von Sektor 1 die für ein Expansionsgleichgewicht erforderliche Höhe des Akzeleratorkoeffizienten, und zwar in Abhängigkeit von dem Verhältnis der beiden Produktionsniveaus in der Anfangsperiode $t = 0$, ihren Wachstumsraten und natürlich der Höhe und Struktur der Verflechtungskoeffizienten:

(III.30)

$$b_{11} = (1-a_{11}) \frac{1+w_{X1}}{w_{X1}} - \frac{C_1(o)\gamma_1}{X_1(o)w_{X1}} - \frac{X_2(o)w_{X2}}{X_1(o)w_{X1}} \left(a_{12} \frac{1+w_{X2}}{w_{X2}} + b_{12} \right).$$

Da die Wachstumsrate im Sektor 2 derjenigen der Endnachfrage entspricht - die Gleichheit beider war Voraussetzung eines stetigen Wachstums in diesem Sektor - folgt:

(III.31)

$$b_{11} = \frac{\gamma_1}{\gamma_1-1} \left[1-a_{11} - \frac{C_1(o)}{X_1(o)} - \frac{X_2(o)\gamma_2}{X_1(o)\gamma_1} (a_{12} + b_{12} \frac{\gamma_2-1}{\gamma_2}) \right]$$

und bei Übereinstimmung von $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$: 1)

1) Entsprechend gilt $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$.

(III.32)

$$b_{11} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[1 - a_{11} - \frac{c_1(o)}{x_1(o)} - (a_{12} + b_{12}^\alpha) \frac{x_2(o)}{x_1(o)} \right], \text{ d. h. :}$$

$$x_1(o) = \frac{c_1(o) + (a_{12} + b_{12}^\alpha) x_2(o)}{1 - a_{11} - b_{11}^\alpha} = 0.$$

Ein Vergleich von (III.32) mit (III.27) macht deutlich, in welchem Umfang die Berücksichtigung der intersektoralen Verflechtung zwischen beiden Sektoren den 'Gleichgewichtswert' des Akzelerators b_{11} zu beeinflussen vermag.¹⁾ Je höher der Grad der Verflechtung und je höher die Produktion im Sektor 2 im Vergleich zu der des Sektors 1, desto geringer ist der Akzeleratorwert, der mit einem kurz- und langfristig stetigen Wachstum des Sektors 1 vereinbar ist.

Ist der tatsächliche Wert verglichen mit dem durch (III.32) bestimmten Akzeleratorwert zu hoch, so ist der endogene Faktor δ_1 zwar entsprechend niedriger, die Niveauekomponente c_{11} wird jedoch negativ, d. h. die Wachstumsrate sinkt ständig, da δ_1 dominierend ist. Umgekehrt steigt sie, wenn aufgrund eines zu niedrigen Akzeleratorwertes δ_1 steigt und zugleich die Niveauekomponente c_{11} positiv wird.

Im Gegensatz zu den Ergebnissen für Sektor 2 zeigt sich, daß darüber hinaus ein gleiches Endnachfragewachstum in beiden Sektoren erforderlich ist.²⁾ Aus (III.26) ist zu erkennen, daß eine höhere Wachstumsrate im Sektor 2 über

1) Von einer alternativen Ermittlung eines entsprechenden 'Gleichgewichtswertes' für den Akzelerator der intersektoralen Investitionsnachfrage b_{12} wurde abgesehen, da sie keine grundsätzlich neuen Erkenntnisse bringt.

2) Zur formalen Beweisführung der Ausschließlichkeit dieser Bedingung vgl. Anhang VI.

die Verflechtungsbeziehungen stimulierend auf die Entwicklung im Sektor 1 wirkt, dessen Produktion dann schneller wachsen muß als seine Endnachfrage. Umgekehrt wirkt ein geringeres Wachstum im Sektor 2 mäßigend auf die Entwicklung im Sektor 1, dessen Produktionswachstum zumindest kurzfristig hinter dem der Endnachfrage hinterherhinkt. Ähnlich wie im Sektor 2 führen auch im Sektor 1 Abweichungen des tatsächlichen von dem 'erforderlichen' Akzeleratorwert zu - wenigstens kurzfristigen - Schwankungen des Wachstums.

Anders als im Sektor 2, in dem lediglich die sektorinterne Intermediär- und Investitionsnachfrage sowie die Entwicklung der Endnachfrage den 'Gleichgewichtswert' des Akzelerators und damit den Pfad eines stetigen Wachstums determinieren, ist im Sektor 1 die Verflechtung mit dem Sektor 2 und damit zugleich dessen Entwicklung von entscheidender Bedeutung für ein Expansionsgleichgewicht mit konstanter Rate. Harrods Thesen über die Voraussetzungen eines stetigen Wachstums der Gesamtwirtschaft erfahren insofern erhebliche Modifikationen im Rahmen eines disaggregierten Modells. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß in beiden Sektoren die autonome und stetige Entwicklung der Endnachfrage erheblich zur Stabilisierung der Produktionsentwicklung für ein Angebots-Nachfrage-Gleichgewicht beiträgt. Im folgenden wird daher im Rahmen eines kreislaufmäßig geschlossenen Systems unter Beibehaltung der unterstellten Verflechtungsstruktur zu klären sein, ob eine modellendogene Bestimmung der Endnachfrage die Voraussetzungen und Stabilitätseigenschaften eines Expansionsgleichgewichts wesentlich zu verändern vermag.

V. Kreislaufmäßige Schließung des Modells durch endogene Bestimmung der Endnachfrage

. Erweiterung der Gleichgewichtsanalyse

Sowohl in der allgemeinen wie reduzierten Form der beiden bisher behandelten Verflechtungsmodelle blieb die Gleichgewichtsanalyse auf den Gleichschritt von Produktions- und Investitionsentwicklung mit einer bestimmten, modellexogen vorgegebenen Entwicklung der Endnachfrage beschränkt. Diese letztere war von Schwankungen des sektoralen wie gesamtwirtschaftlichen Produktionsvolumens unberührt und konnte somit weitgehend stabilisierend auf die wirtschaftliche Entwicklung wirken. Ähnlich wie in Harrods Makromodell hatten zwar auch hier die Unternehmer die Anpasserfunktion, mögliche Wachstumsstörungen waren jedoch vornehmlich auf die sektorinternen bzw. intersektoralen Nachfrageverhältnisse zurückzuführen.

Harrods Gleichgewichts- und Stabilitätsanalyse geht jedoch darüber hinaus, wenn auf der Basis seiner zwei Fundamentalbedingungen, der Wachstumsabhängigkeit der Investitionen und der Einkommensniveauabhängigkeit der Ersparnis bzw. des Konsums, die für ein gleichgewichtiges Wachstum mit konstanter Rate erforderlichen Bedingungen und Verhaltensweisen ermittelt werden. Diesem Aspekt kann ein offenes System nicht voll Rechnung tragen, da durch die exogene Vorgabe der Konsumnachfrageentwicklung Schwankungen des Sparvolumens, bzw. der Sparquote nicht erklärt werden.

Die hier vorgenommene Beschränkung der Gleichgewichtsuntersuchung auf ein spezifisches Zweisektor-Modell macht es hingegen möglich, auch der erweiterten Gleichgewichts- und Stabilitätsdiskussion Harrods gerechter zu werden. Durch eine Beschränkung

der Untersuchung auf die wachstumsabhängigen Nettoinvestitionen¹⁾ ist eine Schließung des Systems möglich, ohne die in der Literatur verbreitete Erklärungshypothese, Abhängigkeit der Endnachfrage von der Höhe der 'Arbeitsoutputs', übernehmen zu müssen.²⁾

Da die Produktion von kurzlebigen wie dauerhaften Konsumgütern im hier vorliegenden Modell auf den Sektor 2 beschränkt ist, liegt es nahe, der makroökonomischen Konzeption entsprechend, Höhe und Entwicklung des Konsums bzw. des Sparvolumens an die Höhe und Entwicklung des Volkseinkommens bzw. des Nettoproduktionswertes beider Sektoren zusammen unter Zugrundelegung einer einfachen Keyneschen Konsumfunktion zu koppeln. Wie auch für den Kapitalgütersektor soll dabei auf eine autonome Mindestkonsummenge verzichtet werden.³⁾ Einzige zusätzliche Größe für die Formulierung des geschlossenen Systems und die Analyse der Bedingungen für ein gleichgewichtiges und stetiges Wachstum ist hier lediglich die Unterstellung bzw. Kenntnis einer bestimmten Spar- bzw. Konsumquote.

Der Sektor 1 als Produzent von Gütern des Umlauf- und Anlagekapitals erscheint damit nur noch als Lieferant

- 1) Vgl. dazu die Modifikation Harrods an seiner 'Wachstumsformel' zur Berücksichtigung wachstumsunabhängiger Investitionsausgaben, um der Kritik an der vereinfachten Wachstumsgleichung zu entgehen. Harrod, R.F., (2), Seite 79 f. Eine entsprechende Gestaltung des disaggregierten Modells käme der Konzeption des zuvor beschriebenen offenen Modells gleich, nämlich durch Vorgabe einer bestimmten modellunabhängigen Investitionsnachfrage. Dieses Problem soll daher im folgenden nicht mehr diskutiert werden.
- 2) Vgl. dazu Teil C, Abschnitte II und IV und die dort angeführte Literatur.
- 3) Die Berücksichtigung von Mindestkonsummengen im Rahmen von Multisektorenmodellen findet sich bei Schumann, J., Seite 225 ff. Vgl. dazu auch die Formulierung der Konsumfunktion bei Tinbergen, J.-Bos, H.C., Seite 67 ff.

für den Sektor 2. Der Stabilisatoreffekt autonomer Investitionsnachfrage, der im vorangegangenen Modell ausführlich diskutiert wurde, fällt somit weg.

An die Stelle der exogenen Konsumnachfrage im Sektor 2 tritt nunmehr die vom Nettoprodukt beider Sektoren abhängige Nachfrage nach kurzlebigen wie dauerhaften Konsumgütern.

2. Formulierung und Lösung des geschlossenen Systems

Die Produktion des Sektors 1 wird zur Deckung des eigenen Intermediär- und Investitionsbedarfs sowie der Nachfrage des Konsumgütersektors nach Umlauf- und Anlagekapital verwendet. Die Produktion des Sektors 2 wiederum bleibt als laufender sektorinterner Verbrauch bzw. Lagerveränderungen im eigenen Bereich, wird jedoch größtenteils zur Befriedigung der End- bzw. Konsumnachfrage verwendet.

Gleichgewicht zwischen Gesamtangebot und Gesamtnachfrage in jedem Bereich herrscht dann, wenn:

(IV.1)

$$(1-a_{11}) X_1(t) - a_{12} X_2(t) - b_{11} [\bar{X}_1(t) - X_1(t-1)] +$$

$$- b_{12} [\bar{X}_2(t) - X_2(t-1)] = 0$$

$$(1-a_{22}) X_2(t) - b_{22} [X_2(t) - X_2(t-1)] = C_2(t).$$

Unter Verwendung der Konsumfunktion, die die Höhe der Konsumnachfrage von der Höhe des Nettoprodukts beider Sektoren abhängig macht:

(IV.2)

$$\begin{aligned} C_2(t) &= k \cdot Y(t) = k \left[(1-a_{11})X_1(t) - a_{12}X_2(t) + (1-a_{22})X_2(t) \right] \\ &= k \left[(1-a_{11})X_1(t) + (1-a_{12}-a_{22})X_2(t) \right] \end{aligned}$$

folgt für die Gleichgewichtsbeziehungen von (IV.1) :

(IV.3)

$$\begin{aligned} (1-a_{11})X_1(t) - a_{12}X_2(t) - b_{11}[X_1(t) - X_1(t-1)] - b_{12}[X_2(t) - X_2(t-1)] &= 0 \\ [1-a_{22} - k(1-a_{12}-a_{22})]X_2(t) - k(1-a_{11})X_1(t) - b_{22}[X_2(t) - X_2(t-1)] &= 0 \end{aligned}$$

Dieses homogene Gleichungssystem hat folgende allgemeine Lösung: ¹⁾

$$\begin{aligned} \text{(IV.4)} \quad X_1(t) &= c_{11} \delta_1^t + c_{12} \delta_2^t \\ X_2(t) &= c_{21} \delta_1^t + c_{22} \delta_2^t \end{aligned}$$

mit den Koeffizientengruppen:

(IV.5)

$$A = b_{11}b_{22}$$

$$B = (1-a_{11})b_{22} + (1-a_{22})b_{11} + k[(1-a_{11})b_{12} - (1-a_{12}-a_{22})b_{11}]$$

$$C = (1-a_{11})(1-a_{22})(1-k).$$

und den endogenen Entwicklungsfaktoren (Wurzeln der charakteristischen Gleichung): ²⁾

1) Zur Ableitung vgl. Anhang VII.

2) Für positive Koeffizienten a_{ik} , b_{ik} und k ist damit die Wurzel in den Faktoren δ_1^{ik} und δ_2^{ik} reell. Vgl. Anhang VII.

$$(IV.6) \quad \delta_1 = \frac{2A-B+\sqrt{B^2-4AC}}{2(A-B+C)} = \delta_2 + \frac{\sqrt{B^2-4AC}}{A-B+C}$$

$$\delta_2 = \frac{2A-B-\sqrt{B^2-4AC}}{2(A-B+C)}$$

Die zeitliche Entwicklung der Produktion in beiden Sektoren wird hier also im Gegensatz zu den offenen Systemen allein durch die Struktur der Verflechtungskoeffizienten und der Konsumquote in den beiden Faktoren δ_1 determiniert.¹⁾ Differenzen, insbesondere kurzfristiger Art, im Wachstum sind damit auf Unterschiede in der Höhe und Struktur der jeweiligen Niveauelementen beider Sektoren zurückzuführen, wobei die Ausgangssituation wiederum von entscheidender Bedeutung ist.

Wie aus der Konstellation der Koeffizienten in den Gruppen A, B und C in (IV.5) leicht zu erkennen ist, wirkt sich durch die Schließung des Systems die Rückkoppelung der Konsumnachfrage an die Nettoproduktionswerte der Verflechtungszusammenhang unmittelbar in der Höhe der Wachstumsfaktoren aus. Es nähert sich damit in seiner Struktur dem homogenen Teil des allgemeineren Modells im 2. Abschnitt dieses Teils, in dem eine wechselseitige Verflechtung beider Sektoren unterstellt war. Im Gegensatz zu der zuvor behandelten Version des offenen Systems wird damit der Verflechtungsgrad zwischen beiden Sektoren neben der sektorinternen Nachfrage und dem privaten Konsumverhalten zu einer wichtigen Determinante der Entwicklung in beiden Sektoren, und zwar zunächst unabhängig von den Niveauelementen.²⁾ Art und Höhe des Verflechtungszusammenhangs

1) Vgl. dazu die Ausführungen zum allgemeinen geschlossenen dynamischen System in Teil C, Abschnitt IV.

2) Vgl. dazu Seite 120 f.

werden damit in doppelter Weise von Bedeutung für die sektorale wie gesamtwirtschaftliche Entwicklung, einmal unmittelbar durch die intersektoralen Angebots-Nachfrage-Beziehungen¹⁾ und zum anderen mittelbar über das einkommensabhängige Angebot an Ersparnissen bzw. Nachfragevolumen nach Konsumgütern. Produktionsentwicklung und Investitionsverhalten in beiden Sektoren nehmen jeweils entscheidenden Einfluß auf das Wachstum des anderen Sektors. Die Gleichgewichtsanalyse bezieht den gesamten Kreislauf - entstehungs- und verwendungsmäßig - mit ein.

Wie schon in den Modellen zuvor sind auch hier die relativen Werte der Niveauelementen mit Hilfe der gesamten Koeffizienten (also immer einschließlich der Konsumquote) bestimmbar:

(IV.7)

$$\frac{c_{11}}{c_{21}} = \frac{a_{12} + b_{12} \beta_1}{1 - a_{11} - b_{11} \beta_1} = \frac{1 - a_{22} - b_{22} \beta_1 - k(1 - a_{12} - a_{22})}{k(1 - a_{11})}$$

$$\frac{c_{12}}{c_{22}} = \frac{a_{12} + b_{12} \beta_2}{1 - a_{11} - b_{11} \beta_2} = \frac{1 - a_{22} - b_{22} \beta_2 - k(1 - a_{12} - a_{22})}{k(1 - a_{11})}$$

Unter Berücksichtigung der Anfangswerte der Sektorproduktionen ($t = 0$) folgt für ihre absoluten Werte:

1) In der Konstellation der Koeffizienten in den Niveauelementen des Sektors 1 [vgl. (IV.7)].

(IV.8)

$$c_{11} = \frac{a_{12} + b_{12} \beta_1}{1 - a_{11} - b_{11} \beta_1} \cdot \frac{-kY(o) + (1 - a_{22} - b_{22} \beta_2) X_2(o)}{b_{22} (\beta_1 - \beta_2)}$$

$$c_{12} = \frac{a_{12} + b_{12} \beta_2}{1 - a_{11} - b_{11} \beta_2} \cdot \frac{kY(o) - (1 - a_{22} - b_{22} \beta_1) X_2(o)}{b_{22} (\beta_1 - \beta_2)}$$

$$c_{21} = \frac{-kY(o) + (1 - a_{22} - b_{22} \beta_2) X_2(o)}{b_{22} (\beta_1 - \beta_2)}$$

$$c_{22} = \frac{kY(o) - (1 - a_{22} - b_{22} \beta_1) X_2(o)}{b_{22} (\beta_1 - \beta_2)}$$

Unmittelbar wirkt sich also der Verflechtungszusammenhang in den Niveauelementen von Sektor 1 aus, mittelbar jedoch über die Höhe des Nettoproduktionswertes beider Sektoren (und damit der Gesamtwirtschaft) auf beide sektoralen Niveauelementen zugleich.

3. Kriterien zur Bestimmung der kurz- und langfristigen Entwicklung in den Sektoren

Entsprechend den Annahmen in der zweiten Modellvariante¹⁾ sollen auch hier für die Ermittlung allgemeiner Wachstumsvoraussetzungen folgende Beziehungen gelten:

$$(IV.9) \quad b_{11} > 1 - a_{11}$$

und

$$(IV.10) \quad b_{22} < 1 - a_{22} \quad 2)$$

1) Abschnitt III dieses Teils.

2) Vgl. dazu Seite 126 und Anm. 2) auf dieser Seite.

Wie die Analyse des allgemeinen dynamischen Input-Output-Systems geschlossenen Typs gezeigt hat, ist langfristig für ein fortschreitendes Wachstum in allen Sektoren einer Wirtschaft die Existenz eines positiven Wachstumsfaktors als dominierender Faktor verbunden mit einer positiven Niveauelementen hinreichende Bedingung.¹⁾ Bezogen auf das hier vorliegende Verflechtungsmodell stellt sich damit zunächst die Frage nach Kriterien, d. h. Koeffizientenkonstellationen (einschließlich Spar- bzw. Konsumquote), die zugleich in beiden Sektoren einen geeigneten dominierenden Wachstumsfaktor mit entsprechenden positiven Niveauelementen determinieren.

Kürzerfristig wäre jedoch auch ein möglichst gleich hoher positiver oder sehr geringer negativer Wert des zweiten Faktors notwendig, um - mit zugehöriger positiver Niveauelementen - nicht wachstumsstörend oder bei negativer Niveauelementen nicht wachstumshemmend bzw. wachstumstörend (in Form von Schwankungen der Wachstumsrate) zu wirken.²⁾ Eine negative Niveauelemente verbunden mit einem verhältnismäßig hohen Faktor könnte kurzfristig den Wachstumseffekt des dominierenden Faktors kompensieren oder - bei hinreichend hohem absolutem Wert - sogar überkompensieren.

Von besonderem Interesse ist in diesem Zusammenhang die für ein bestimmtes Wachstum des Produktionsvolumens notwendige bzw. erwünschte Höhe der Spar- oder Konsumquote. Sie muß daher bei der Ermittlung von Kriterien als Orientierungsgröße im Vordergrund stehen.

1) Teil C, Abschnitt IV. Vgl. dazu auch Leontief, W., (1), Seite 61 und Schumann, J., Seite 217.

2) Dies haben die Ausführungen zum offenen Modell mit exogen determinierter Endnachfrageentwicklung in den vorangegangenen Abschnitten sehr deutlich gemacht.

Soll der Nenner $A-B+C$ beider Faktoren in (IV.6) positiv sein, dann muß folgende Ungleichung gelten:

(IV.11)

$$\left[b_{11} - (1-a_{11}) \right] \left[b_{22} - (1-k)(1-a_{22}) \right] > k \left[(1-a_{11}) b_{12} + a_{12} b_{11} \right]$$

Dies ist jedoch selbst für extrem niedrige Koeffizienten der intersektoralen Intermediär- und Investitionsnachfrage sowie sehr hohe Werte des sektorinternen Akzelerators im Sektor 2 (b_{22}) unwahrscheinlich. Da der Koeffizient b_{12} den gesamten Investitionsbedarf und a_{12} die Nachfrage nach Vorleistungen (Umlaufkapital) des Sektors 2 widerspiegelt, muß in der Regel ein negativer Wert für den Ausdruck $A-B+C$ unterstellt werden, da auch eine (theoretisch mögliche) negative Konsumquote außer Betracht bleiben muß.¹⁾ Je höher dagegen der Grad der Verflechtung zwischen beiden Sektoren sowie der Anteil der Ersparnis am gesamtwirtschaftlichen Produktionsumfang, desto tiefer liegt der Wert von $A-B+C$ unter Null.²⁾ Daraus folgt für den Faktor δ_1 im Regelfall ein positiver Wert, da auch sein Zähler unter Null liegt. Der Faktor δ_2 ist hingegen negativ.³⁾

Für die Werte von β_1 und β_2 gilt entsprechend:

$$(IV.12) \quad \beta_1 = 1 - \frac{1}{\delta_1} < \beta_2 = 1 - \frac{1}{\delta_2}$$

Diese Eingrenzung und Festlegung der Faktoren δ_1 und der entsprechenden Koeffizientenkonstellationen hat zur Folge, daß der Faktor δ_1 dominieren und mit einer positiven

1) Der Sonderfall $A-B+C = 0$ erfährt im nächsten Punkt noch eine Berücksichtigung.

2) Der zweite Klammerausdruck $b_{22} - (1-k)(1-a_{22})$ wird in diesem Fall sogar nicht unbeträchtlich unter Null liegen.

3) Vgl. dazu Anhang VIII (a).

Niveauekomponente verbunden sein muß, um zumindest langfristig Wachstum der Produktion in beiden Sektoren bewirken zu können. Um auch kurzfristig größere Wachstumschwankungen auszuschließen, ist es darüber hinaus erforderlich, daß der Einfluß des negativen Faktors δ_2 , d. h. sein absoluter Wert, sehr gering ist und die ihm zugeordnete Niveauekomponente ebenfalls absolut so klein wie möglich ist. Dies ist dann der Fall, wenn die Niveauekomponenten c_{12} und c_{22} gegen Null strebende Werte annehmen.

Dominanz des positiven Faktors δ_1 setzt voraus, daß

$$\delta_1 > |\delta_2| \quad \text{oder, da} \quad \delta_1 = \frac{\sqrt{B^2 - 4AC}}{A - B + C} + \delta_2$$

$$\text{folgt:} \quad \delta_2 + \frac{\sqrt{B^2 - 4AC}}{-A + B - C} > -\delta_2,$$

$$\text{d. h.} \quad \frac{B - 2A - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2(-A + B - C)} + \frac{2\sqrt{B^2 - 4AC}}{2(-A + B - C)} > \frac{-B + 2A + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2(-A + B - C)}$$

Daraus folgt: $B > 2A$

oder, nach Einsetzen der Verflechtungskoeffizienten und der Konsumquote:

$$(IV.13) \quad k > \frac{b_{22}(1 - \frac{1-a_{11}}{b_{11}}) + b_{22} - (1-a_{22})}{b_{12} \frac{1-a_{11}}{b_{11}} + a_{12} - (1-a_{22})}$$

Je größer dieser Unterschied, den die obige Ungleichung (IV.13) ausdrückt, d. h. je niedriger die sektorinterne Nachfrage im Sektor 1 und je höher der Grad der Verflechtung beider Sektoren miteinander, desto höher liegt ein gegebener Wert der Konsumquote über dem Koeffizientensatz auf der rechten Seite der Ungleichung. Der absolute Wert des Wachstumsfaktors δ_1 liegt dann umso höher über dem Betragswert von δ_2 . Eine höhere Sparquote trägt damit tendenziell zu einer stärkeren oder-genauer-längeren

andauernden Destabilisierung der Wachstumsentwicklung in beiden Sektoren bei.¹⁾

Als weitere wesentliche Voraussetzung muß für den positiven Wachstumsfaktor δ_1 ein Absolutwert über Eins gelten, wenn trotz seiner Dominanz rasch sinkende Wachstumsraten der Produktion vermieden werden sollen. Diese Bedingung ist zugleich mit dem Kriterium für sein positives Vorzeichen erfüllt.²⁾

Generell kann somit für die Entwicklungscharakteristik sowie den Grad der Stabilität des Wachstums in beiden Sektoren gefolgert werden, daß eine möglichst rasche und störungsfreie Expansion umso eher wahrscheinlich ist, je geringer die interne Intermediär- und Investitionsnachfrage im Sektor 1, je höher der Grad der Verflechtung zwischen beiden Sektoren und je höher die Konsumquote.

Da die Richtung der Einflüsse beider Faktoren durch die Werte der jeweiligen Niveauelementen bestimmt wird, müssen die dem eigentlichen Wachstumsfaktor δ_1 zugeordneten Komponenten für eine anhaltende Expansion positiv sein. Je höher ihr absoluter Wert, desto höher ist zugleich das gesamte Wachstumsniveau. Je größer darüber hinaus ihr relativer Wert im Vergleich zu den Komponenten des negativen Faktors (δ_2), umso weniger machen die von letzterem ausgehenden Störungen des Wachstums sich bemerkbar.

1) Um Aussagen über das **A u s m a ß** von Wachstumschwankungen infolge einer höheren Sparquote machen zu können, muß zuvor ihr Einfluß auf die absolute Höhe der jeweils zugehörigen Niveauelementen (c_{12} bzw. c_{22}) untersucht werden.

2) Vgl. Seite 147 f. und insbesondere Anhang VIII (b) sowie Anhang VIII (a).

Wie aus (IV.8) zu entnehmen ist, liegt der Wert von c_{21} umso mehr über Null, je höher die Konsumquote und der Wert von β_2 sowie die sektorinterne Intermediärnachfrage und die Produktion des Sektors 1 (die in Y enthalten ist).¹⁾ Je mehr der Wert von β_2 den von β_1 übersteigt, d. h. je größer der Faktor δ_1 und je geringer der Betrag von δ_2 , desto größer wird auch die Differenz zu dem Wert der Komponenten c_{22} , deren Wert in der Regel negativ ist.²⁾

Zusammen mit dem Kriterium in (IV.13) wirkt sich also ein geringer Wert des Faktors δ_2 in doppelter Hinsicht stabilisierend auf die Entwicklung im Sektor 2 und - wie noch zu zeigen ist - über die Komponente c_{12} auch im Sektor 1 aus, einmal durch beschleunigtes Verschwinden seines Einflusses im Zeitablauf, zum anderen durch entsprechende Verringerung des Niveaufaktors und damit des Störungsausmaßes. Die aus beiden Komponenten und ihren Faktoren resultierende Produktionsentwicklung des Sektors 2

(IV.14)

$$x_2(t) = \frac{x_2(0)}{\delta_1 - \delta_2} \delta_1 \delta_2 \left[\frac{1 - \delta_2}{\delta_2} \delta_1^t + \frac{\delta_1 - 1}{\delta_1} \delta_2^t + \frac{1}{b_{22}} \left(1 - a_{22} - k \frac{Y(0)}{x_2(0)} \right) (\delta_1^t - \delta_2^t) \right]$$

-
- 1) Dies läßt sich aus einer einfachen Umformulierung aus (IV.8) leicht entnehmen. Für c_{21} gilt dann:

$$c_{21} = \frac{1}{\beta_2 - \beta_1} \left[\frac{1}{b_{22}} k Y(0) - (1 - a_{22}) x_2(0) \right] + \beta_2 x_2(0)$$

Aufgrund des negativen Wertes von δ_2 liegt der Wert von β_2 umso mehr über Eins, je geringer seine Differenz zu Eins, also je niedriger der Betrag von δ_2 .

- 2) Von Bedeutung ist - außer für eine Periode - nicht das Vorzeichen von c_{22} , sondern seine absolute wie relative Höhe, während für c_{21} sowohl das Vorzeichen wie auch die absolute Höhe von größter Wichtigkeit sind.

ist aufgrund der ermittelten Kriterien für die einzelnen Einflußgrößen durch kurzfristig gestörte, langfristig jedoch verhältnismäßig stabile Expansion gekennzeichnet. Je höher der Anteil der Konsumsumme in der Anfangsperiode am Gesamtproduktionsumfang im Sektor 2, desto geringer ist der wachstumshemmende bzw. Schwankungen verursachende Einfluß aufgrund des negativen Faktors δ_2 .

Wie bereits angedeutet,¹⁾ findet die Verflechtung als solche (in Form der intersektoralen Nachfragekoeffizienten) nur in den Werten der beiden Faktoren δ_1 und δ_2 unmittelbar Berücksichtigung, mittelbar jedoch durch die Höhe der Konsumquote auch in den für beide Faktoren gemeinsamen Niveauelementen.

Viel deutlicher wird - hier ergibt sich wiederum eine gewisse Parallelität zu den Ergebnissen des offenen Systems - der Einfluß der Verflechtung auf die Entwicklung im Sektor 1 innerhalb der Niveauelementen beider Faktoren. Die einseitige Angebots-Nachfrage-Beziehung zwischen beiden Bereichen läßt den Wachstumspfad des Sektors 1 völlig in Abhängigkeit von der Entwicklung des Sektors 2 erscheinen, da entsprechend (IV.8)

$$c_{11} = \frac{a_{12} + b_{12}\beta_1}{1-a_{11} - b_{11}\beta_1} \cdot c_{21} \quad \text{und}$$

$$c_{12} = \frac{a_{12} + b_{12}\beta_2}{1-a_{11} - b_{11}\beta_2} \cdot c_{22} \quad \text{ist.}$$

Daraus folgt für die Outputentwicklung im Sektor 1:

(IV.15)

$$x_1(t) = \frac{a_{12}+b_{12}\beta_1}{1-a_{11}-b_{11}\beta_1} c_{21}\delta_1^t + \frac{a_{12}+b_{12}\beta_2}{1-a_{11}-b_{11}\beta_2} c_{22}\delta_2^t.$$

1) Vgl. Seite 145.

Wie für Sektor 2 ist auch hier entscheidend, daß einmal die Niveauekomponente des eigentlichen Wachstumsfaktors δ_1 möglichst groß und positiv ist, die andere - unabhängig vom Vorzeichen - möglichst klein (dem Betrage nach) ist.

Wie Gleichung (IV.15) zeigt, wirkt ein höherer Faktor δ_1 in Richtung auf eine Erhöhung seiner zugehörigen Niveauekomponenten, da der Wert von β_1 steigt und damit der Zähler ebenfalls, während sich der Nenner verringert.¹⁾

Umgekehrt wirkt eine Verringerung des Faktors δ_2 zugleich auf eine Verringerung seiner Niveauekomponenten hin.²⁾ In beiden Fällen wirkt die Verflechtung jedoch multiplikativ auf die Höhe der Niveauekomponenten in Sektor 1, wobei aber der Multiplikator der Wachstumsbeschleunigung den der Wachstumsstörungen umso mehr übertrifft, je größer die Differenz zwischen beiden Faktoren δ_1 und δ_2 .

1) Aus $\frac{a_{12} + b_{12} \beta_1}{1 - a_{11} - b_{11} \beta_1}$ erhält man durch Division:

$$- \frac{b_{12}}{b_{11}} + \frac{a_{12} + (1 - a_{11}) b_{12} / b_{11}}{1 - a_{11} - b_{11} \beta_1}$$

Da für einen positiven Wachstumsfaktor δ_1 der Wert von β_1 wesentlich unter Eins liegt, verringert eine Erhöhung den Nenner und erhöht den Gesamtwert des Ausdrucks.

2) Aus $\frac{a_{12} + b_{12} \beta_2}{1 - a_{11} - b_{11} \beta_2}$ folgt durch Division:

$$- \frac{b_{12}}{b_{11}} - \frac{a_{12} + (1 - a_{11}) b_{12} / b_{11}}{b_{11} \beta_2 - (1 - a_{11})}$$

Aufgrund des negativen Wertes von δ_2 liegt jedoch der Wert von β_2 umso mehr über Eins, je geringer der Betrag von δ_2 ist. Der Nenner im obigen Ausdruck steigt daher mit sinkendem Wert von δ_2 und der Wert des Gesamtausdrucks verringert sich.

Das Kriterium (IV.13), das über das Größenverhältnis beider Faktoren zueinander Auskunft gibt, läßt sich folglich in gleicher Weise auf die Wirkungen bestimmter Größenrelationen der Niveauelementen in beiden Sektoren anwenden.

Die Konsumnachfrage und -entwicklung erscheint nicht mehr explizit wie im offenen System als Determinante der Produktionsentwicklung im Sektor 1, sondern wirkt über den Verflechtungszusammenhang mit dem Sektor 2. Infolge der multiplikativen Wirkungen desselben können Produktions- bzw. Auslastungsschwankungen allgemein im Bereich der Kapitalgüterproduktion weitaus stärker auftreten als im Konsumgüterbereich. Allerdings ist dabei zu berücksichtigen, daß sich derartige Produktionsschwankungen im Sektor 1 - in mehr oder weniger abgeschwächter Form¹⁾ - in Schwankungen der Konsumnachfrage äußern.

Aus den zuvor abgeleiteten Kriterien ist ersichtlich, daß die Entwicklung in beiden Sektoren unter den gemachten Voraussetzungen bezüglich der Koeffizientenwerte in bestimmten Grenzen langfristig durch einen verhältnismäßig hohen Grad an Stabilität gekennzeichnet ist, kurzfristige Wachstumsstörungen hingegen umso gravierender werden, je geringer der Verflechtungsgrad und die Konsumquote.

Wie Gleichung (IV.15) deutlich zeigt, ist dies vor allem auf die höhere 'Sensibilität' des ersten Verflechtungsmultiplikators im Vergleich zu der des zweiten gegenüber Veränderungen in der Koeffizientenkonstellation zurückzuführen. Solange ein bestimmter Höchstwert, jeweils in Abhängigkeit von der Höhe von β_1 , nicht überschritten

1) Es kommt hierbei entscheidend auf die Größenrelation der Produktionen in beiden Sektoren an. Dieses Problem wird im folgenden noch zu diskutieren sein.

wird,¹⁾ bewirkt ein höherer Grad der intersektoralen Verflechtung (a_{12} , b_{12}) verbunden mit niedrigeren Koeffizientenwerten der internen Nachfrage im Sektor 1 (a_{11} , b_{11}) eine viel stärkere Erhöhung des ersten Verflechtungsmultiplikators als des zweiten. Je geringer daher die Differenz zwischen beiden Multiplikatoren, desto stärker machen sich - zumindest kurzfristig - die störenden Einflüsse des negativen Faktors δ_2 infolge des geringeren Niveauunterschiedes zwischen den beiden Komponenten c_{11} und c_{12} bemerkbar. Eine relativ instabile Entwicklung im Konsumgüterbereich aufgrund des Einflusses des negativen Faktors δ_2 und der entsprechenden Niveau-komponenten c_{22} wirkt sich über den zweiten Verflechtungsmultiplikator dementsprechend stärker destabilisierend auf die Entwicklung im Kapitalgüterbereich aus.

4. Voraussetzungen eines stetigen und stabilen Wachstumsgleichgewichts

Die Ermittlung von Kriterien zur Determinierung eines gleichgewichtigen und möglichst störungsfreien Wachstums in den Sektoren führte zu dem Ergebnis, daß in einem bestimmten Rahmen Koeffizientenkonstellationen zumindest langfristig mit einer verhältnismäßig stabilen Entwicklung kompatibel sind.

Da die beiden Faktoren δ_1 , δ_2 für beide Bereiche zugleich die Produktionsentwicklung bestimmen [vgl. (IV.4)], sind kurzfristig größere Wachstumsdifferenzen und unterschiedliche Schwankungen der Wachstumsraten in den Sektoren nur

1) Ist dies aber der Fall, wird der Nenner im ersten Verflechtungsmultiplikator negativ, da $1 - a_{11} - b_{11} \beta_1 < 0$ wird. Die gesamte Niveauelemente c_{11} wird gleichfalls negativ und kann zu sinkendem Produktionsvolumen im Sektor 1 führen.

aufgrund von erheblichen Abweichungen in den Größenrelationen der Niveauelementen für jeweils einen Sektor möglich. Je kleiner aber der absolute Wert des negativen Faktors δ_2 , desto eher ist mit einer Stabilisierung des Wachstums auf die Rate $\delta_1 - 1$ zu rechnen. Der Faktor δ_1 stellt mithin diejenige Größe dar, die zugleich auch kurzfristig mit einem stetigen Wachstum vereinbar ist. Zu diesem Zweck müssen jedoch die im vorangegangenen Punkt ermittelten Kriterien dahingehend eingeschränkt werden, daß - wie bereits im offenen Modell - die Störungseinflüsse des negativen Faktors δ_2 minimiert oder völlig ausgeschlossen werden. Der Faktor δ_1 wird in diesem Fall zum alleinigen Wachstumsfaktor beider Sektoren. Als wesentliche Bedingung eines Kreislaufgleichgewichts der Gesamtwirtschaft, die kurz- und langfristig mit konstanter Wachstumsrate expandiert, erweist sich daher im Rahmen des geschlossenen Modells ein "balanced growth" beider Sektoren.¹⁾

Im folgenden steht daher zunächst die Ermittlung derjenigen Koeffizientenkonstellationen im Vordergrund, die Voraussetzungen eines kurz- wie langfristigen stetigen Wachstumsgleichgewichts bilden und damit zugleich ein Wachstum beider Sektoren mit gleicher und konstanter Rate implizieren. Im Anschluß daran folgt die Analyse der Stabilitätseigenschaften eines derartig abgegrenzten Expansionsgleichgewichts.

Bei der bisherigen Ermittlung von Kriterien für die Expansionspfade beider Sektoren war die absolute wie relative Höhe der Ausgangswerte beider Sektoroutputs für die Entwicklung, d. h. für die Höhe der Faktoren δ_1 und δ_2 , ohne

1) Vgl. hierzu auch die formalen Voraussetzungen eines gleichgewichtigen Wachstums in einem n-Sektoren-Modell bei Schumann, J., Seite 225 ff.

Bedeutung. Die Frage nach einem Expansionsgleichgewicht umschloß damit zunächst eine Vielzahl von Möglichkeiten der sektoralen wie gesamtwirtschaftlichen Entwicklung, die in ihrer Ausgangssituation lediglich durch die in (IV.7) genannten Bedingungen eines Angebots-Nachfrage-Gleichgewichts gekennzeichnet war. Die *a b s o l u t e n* Produktionsniveaus waren daher für die Art und Höhe des Wachstums ohne Bedeutung. Damit waren jedoch auch Entwicklungspfade möglich, die zwar eine Aufrechterhaltung des erforderlichen Gleichgewichts zwischen Angebot und Nachfrage implizierten, zugleich aber den unternehmerischen Vorstellungen eines fortgesetzten Wachstums mit der gleichen Rate durchaus zuwiderlaufen konnten.

Diese Situation, in der ein Expansionsgleichgewicht beschränkt ist auf die Erhaltung eines einmal erreichten Wachstumspfad, d. h. die Erhaltung einer konstanten Rate (Stetigkeit des Wachstums), stellt jedoch unter strukturellem Aspekt die Parallele zum Wachstumsmodell Harrods dar. Die Ermittlung von Kriterien auf der Basis gegebener unternehmerischer Verhaltensweisen blieb hingegen bisher beschränkt auf diejenigen Situationen, in denen zwar kurzfristig gewisse Unterschiede in der Entwicklung einzelner Sektoren möglich und mit einem gesamtwirtschaftlichen Expansionsgleichgewicht auf lange Sicht durchaus vereinbar sind. Derartige Störungen verschwinden sehr langfristig immer, wenn nicht eine ständige (explosionsartige) Verstärkung von Produktionsschwankungen in Kauf genommen werden muß.

Da aufgrund der unterstellten Koeffizientengrenzen Gleichheit beider Faktoren ($\delta_1 = \delta_2$) ausgeschlossen ist,¹⁾ die Existenz beider Niveauelementen ($c_{ik} \neq 0$) zugleich

1) Für $a_{ik}, b_{ik}, k > 0$ ist der Wert $B^2 - 4AC > 0$ und damit $\delta_1 \neq \delta_2$.

Vgl. Anhang VII.

Voraussetzung für die Ermittlung der beiden Wachstumsfaktoren war,¹⁾ ist zunächst zu untersuchen, ob unabhängig von der Höhe der Ausgangsniveaus der Produktion in den Sektoren die Existenz eines einzigen Faktors δ als Wachstumsfaktor mit einer bestimmten Koeffizientenkonstellation vereinbar ist.

Aus der charakteristischen Gleichung des Systems (IV.3) ist zu entnehmen, daß es nur eine einzige Koeffizientenkonstellation gibt, die unabhängig von der Höhe der Ausgangswerte der Produktionsniveaus ein Wachstum beider Sektoren mit gleicher Rate impliziert.²⁾

Die charakteristische Gleichung ergibt sich zu:³⁾

$$(IV.16) \quad \delta^2(A - B + C) - \delta(2A - B) = -A$$

-
- 1) Eine Annullierung des Einflusses von δ_2 durch Nullsetzung der Niveauelementen c_{22} und damit c_{12} führt lediglich zur Gleichgewichtsentwicklung zwischen Angebot und Nachfrage in beiden Sektoren zurück, für die eine Determination der Gleichgewichtsrates in Abhängigkeit von der Höhe der Ausgangsniveaus notwendig ist. Vgl. dazu Seite 161 f.
 - 2) Der Rückgriff auf die charakteristische Gleichung ist deshalb notwendig, weil für die aus ihr folgenden allgemeinen Wurzel- oder Faktorwerte eine Nullsetzung des Nenners undefinierte Größen zur Folge hätte, die Zähler in beiden Fällen jedoch nicht Null sein können. Vgl. dazu Anhang VII.
 - 3) Theoretisch besteht auch die Möglichkeit einer Konstellation $2A - B = 0$. Dies hätte jedoch zwei gleich hohe Betragswerte für Faktoren δ_1 und δ_2 zur Folge. Dominanz eines Faktors ist dann nicht möglich. Der Unterschied besteht lediglich in den Vorzeichen. Die Entwicklung bleibt auch langfristig instabil.

Die spezifische Koeffizientenkonstellation mit einem einzigen Wachstumsfaktor ist beschränkt auf:

$$(IV.17) \quad A - B + C = 0$$

oder

$$k = \frac{1 - a_{22} - b_{22}}{(1 - a_{11}) b_{12} + a_{12} b_{11}} \cdot \frac{1 - a_{22} - b_{11} - (1 - a_{11})}{b_{11} - (1 - a_{11})}$$

Diese Koeffizientenkonstellation ist jedoch nur für extrem niedrige Werte der intersektoralen Intermediär- und Investitionsnachfrage relevant, wenn die (theoretisch denkbare) Möglichkeit einer negativen Konsumquote ausgeschlossen bleiben soll. Zugleich muß aber auch der Akzeleratorkoeffizient b_{22} eine bestimmte Mindesthöhe aufweisen, die durch folgende Bedingung gekennzeichnet ist:

$$(IV.18) \quad b_{22} > \frac{(1 - a_{11}) b_{12} + a_{12} b_{11}}{b_{11} - (1 - a_{11})}.$$

Bei der bisher unterstellten Bedeutung des Akzelerators b_{22} als Koeffizient des marginalen Lagerzuwachses ist diese Möglichkeit so gut wie ausgeschlossen, da auch der Akzelerator b_{12} , der den gesamten Nettoinvestitionsbedarf des Sektors 2 widerspiegelt, nicht zu niedrig veranschlagt werden darf. Der Vollständigkeit halber soll sie dennoch nicht ausgeschlossen werden.

Für den nunmehr einzigen Wachstumsfaktor folgt gemäß (IV.16) und (IV.17) :

(IV.19)

$$\delta = \frac{A}{2A-B}$$

oder

$$\delta = \frac{A}{A-C}, \text{ d. h.}$$

$$\delta = \frac{b_{11}b_{22}}{b_{11}b_{22} - (1-a_{11})(1-a_{22}) \cdot s}.$$

Für die Wachstumsrate w_X in beiden Sektoren gilt analog:

(IV.20)

$$w_X = \delta_1^{-1} = \frac{C}{A-C} = \frac{(1-a_{11})(1-a_{22}) \cdot s}{b_{11}b_{22} - (1-a_{11})(1-a_{22}) \cdot s}$$

oder

$$w_X = \frac{s}{\frac{b_{11}b_{22}}{(1-a_{11})(1-a_{22})} - s}.$$

Wie die Gleichung (IV.18) deutlich erkennen läßt, ist eine gleichgewichtige Expansion mit der durch (IV.20) spezifizierten konstanten Wachstumsrate w_X in beiden Sektoren umso eher möglich und wahrscheinlich, je mehr die Verflechtungskoeffizienten der intersektoralen Nachfrage (a_{12} , b_{12}) gegen den Wert Null streben. Nur dann ist die entsprechende Wachstumsrate in ihrer Höhe unabhängig von den jeweiligen Produktionsniveaus in den Sektoren und zugleich die Verflechtungsbeziehung ohne Einfluß auf die Entwicklung in beiden Bereichen, wie es die Wachstumsrate in (IV.20) impliziert.

Der Fall, in dem ein gleichgewichtiges und stetiges Wachstum in beiden Sektoren auch kurzfristig realisiert werden kann, bleibt somit auf die Ausnahmesituation der Bedingung (IV.17) beschränkt, in der nur eine extrem niedrige Verflechtung mit plausiblen Koeffizientenwerten der sektor-internen Nachfrage und insbesondere der Höhe der Konsumquote kompatibel ist.

Die Produktion entwickelt sich dann in beiden Sektoren gemäß (IV.20) in Verbindung mit (IV.4) und (IV.7):

$$\begin{aligned} \text{(IV.21)} \quad X_1(t) &= c_1 \delta^t \\ X_2(t) &= c_2 \delta^t, \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} \text{(IV.22)} \quad X_1(t) &= X_1(0) \delta^t \\ X_2(t) &= X_2(0) \delta^t. \end{aligned}$$

Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß entsprechend (IV.7) die Relation der Ausgangsniveaus beider sektoraler Produktionen der Bedingung

$$\text{(IV.23)} \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{a_{12} + b_{12} \beta}{1 - a_{11} - b_{11} \beta}$$

genügen muß.

Da $\beta = 1 - \frac{1}{\delta} = \frac{(1-a_{11})(1-a_{22}) \cdot s}{b_{11} b_{22}}$ ist, folgt aus (IV.23):

$$\text{(IV.24)} \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{a_{12} \frac{b_{22}}{1-a_{11}} + b_{12} \frac{1-a_{22}}{b_{11}} \cdot s}{b_{22} - (1-a_{22}) \cdot s} = \frac{X_1(0)}{X_2(0)}.$$

Nur die durch (IV.24) festgelegte Ausgangssituation des Produktionsverhältnisses beider Sektoren impliziert zusammen mit der Bedingung (IV.17) ein stetiges Expansionsgleichgewicht in beiden Sektoren und in der Gesamtwirtschaft, wie es Harrods These auf der Basis eines global formulierten Systems entspricht.

Damit ist zugleich erwiesen, daß unter expliziter Berücksichtigung der Verflechtungsinterdependenz zwischen den Sektoren der Gesamtwirtschaft die Determination eines

stetigen Wachstumsgleichgewichts nicht unabhängig von den Größenverhältnissen der Produktionsniveaus in den Teilbereichen erfolgen kann.¹⁾

Ein Vergleich mit der Situation ohne Verflechtung zwischen den Sektoren ($a_{12}, b_{12} = 0$) macht das besonders deutlich. Entsprechend (IV.17) resultiert dann eine Sparquote in Höhe von

$$(IV.25) \quad 1 - k = s = \frac{b_{22}}{1 - a_{22}}$$

als Bedingung für ein Gleichgewichtswachstum mit konstanter Rate. Diese ergibt sich entsprechend (IV.20) zu:

$$(IV.26) \quad w_X = \frac{1 - a_{11}}{b_{11} - (1 - a_{11})}$$

In dem durch (IV.26) beschriebenen Sonderfall ohne intersektorale Beziehungen verläuft die Entwicklung in beiden Bereichen also völlig unabhängig von der Höhe und Relation der Ausgangswerte beider Sektoren. Die beiden Anfangswerte der Sektoroutputs sind in keiner Weise voneinander abhängig und haben weder auf die Art und Höhe der Entwicklung im eigenen Bereich noch auf die des anderen Sektors irgend

1) Wird also von einer bestimmten Konsumquote und technischen bedingten unveränderlichen Verflechtungskoeffizienten ausgegangen, sowie die Existenz von Leerkapazitäten und exogenen Endnachfragebestandteilen ausgeschlossen, so folgt daraus: 'Eine einzige Kombination der in der Anfangsperiode $t = 1$ gegebenen relativen Outputgrößen $X_1(1), X_2(1) \dots X_n(1)$ ergibt eine Lösung stetigen Wachstums, bei dem alle Sektoren mit konstanter Rate im Gleichschritt wachsen. Das bekannte Harrod-Domar-Modell einer gleichmäßig fortschreitenden Ein-Sektor-Wirtschaft stellt das einfachste mögliche Modell eines derartigen stetigen Wachstums dar.' Leontief, W., (4), Seite 89.

einen Einfluß. Jeder Sektor führt sein 'Eigendasein', das durch den anderen nicht berührt wird. Die Wachstumsraten sind allein sektorintern determiniert. Dieser Fall entspricht damit dem Modell Harrods, in dem gleichfalls die Ausgangssituation ohne jede Bedeutung für die Höhe und den Verlauf des Wachstums sind. Er vermag jedoch der allgemeinen Tatsache umfangreicher intersektoraler Verflechtung im Rahmen der bisher unterstellten Koeffizientengrenzen und ihren Wirkungen auf die Produktionsentwicklung in den Teilbereichen der Wirtschaft nicht gerecht zu werden. Zugleich wird deutlich, daß - von Ausnahmen abgesehen - Höhe und Konstanz der Gleichgewichtsrates an besondere Voraussetzungen gebunden sind, wenn nicht die intersektorale Verflechtung vernachlässigt werden soll.

Da die Bedingung (IV.17) nur als Ausnahmefall einer extrem geringen intersektoralen Interdependenz und für normale Verflechtungsbeziehungen zwischen Konsum- und Kapitalgüterproduktion unbrauchbares Kriterium eines stetigen Gleichgewichtswachstums anzusehen ist, muß folglich die jeweilige Ausgangssituation in die Analyse mit einbezogen werden. Dabei stellt sich zugleich die Frage nach der Relevanz der jeweiligen sektoralen Produktionsverhältnisse in Gestalt der Verflechtungskoeffizienten und Ausgangswerte der einzelnen Produktionsniveaus auf Höhe und Stabilität eines Wachstumsgleichgewichts.

Das Ergebnis Harrods, eine lediglich durch die Fundamentalbedingungen des unternehmerischen Investitions- und gesamtwirtschaftlichen Sparverhaltens bestimmte Gleichgewichtsrates, die von der jeweiligen Ausgangssituation unabhängig ist, bedarf somit in struktureller Sicht einer erheblichen Einschränkung. In einem disaggregierten Modell wird deutlich, daß unter kurz- bis mittelfristigem Aspekt ein stetiges Wachstum allein auf der Grundlage erforderlichen Spar- und Investitionsverhaltens nicht realisierbar

erscheint. Die Größenverhältnisse der Produktionsniveaus der erfaßten Bereiche bestimmen nicht nur das absolute und relative Wachstumsniveau im jeweiligen Sektor, sondern auch die Höhe der erforderlichen Wachstumsrate selbst. ¹⁾

Wird in der nun folgenden Analyse die Gleichung (IV.22) zugrunde gelegt, die von der These einer konstanten Wachstumsrate in beiden Sektoren ausgeht, so folgt als Wachstumsfaktor für den jeweiligen Sektor: ²⁾

(IV.27)

$$\delta_1 = \frac{b_{11} + \frac{1}{v(t-1)} \left(b_{12} + \frac{(a_{12} + b_{12}) b_{22}}{1 - a_{22} - b_{22} - k(1 - a_{12} - a_{22})} \right)}{- (1 - a_{11}) + b_{11} + \frac{(a_{12} + b_{12}) (1 - a_{11}) k}{1 - a_{22} - b_{22} - k(1 - a_{12} - a_{22})}}$$

$$\delta_2 = \frac{b_{11} v(t-1) + b_{12} - \frac{[b_{11} - (1 - a_{11})] b_{22}}{(1 - a_{11}) k}}{a_{12} + b_{12} + \frac{[b_{11} - (1 - a_{11})] [1 - a_{22} - b_{22} - k(1 - a_{12} - a_{22})]}{k(1 - a_{11})}}$$

mit:

$$v(t) = \frac{x_1(t)}{x_2(t)} .$$

1) Die Parallele zur Gleichgewichtsanalyse des geschlossenen statischen Systems, in dem auch die jeweiligen Größenverhältnisse der Sektoroutputs für ein stationäres Gleichgewicht durch bestimmte Koeffizientenkonstellationen bestimmt werden, ist offensichtlich. Vgl. dazu Teil C, Abschnitt II.

2) Vgl. zur Ableitung Anhang X.

Bleiben die Koeffizienten der Intermediär- und Investitionsnachfrage unverändert, so ist ein Wachstum beider Sektoren mit konstanter, aber ungleicher Rate nicht möglich, da sich v im Zeitablauf ändern würde. Ist z. B. die Wachstumsrate im Sektor 1 größer als in Sektor 2, so steigt in dieser Periode der Wert von v und führt damit zu einer Änderung des Wachstums in Sektor 2 in der Folgeperiode um:

(IV.28)

$$\delta_2(t+1) - \delta_2(t) = \left[v(t) - v(t-1) \right] \cdot \frac{k b_{11}}{k(a_{12}+b_{12})\left(\frac{b_{11}}{1-a_{11}}-1\right)\left[(1-a_{22})(1-k)+a_{12}k-b_{22} \right]}$$

Da der Proportionalitätsfaktor (Bruch auf der rechten Seite der Gleichung) positiv ist, würde die Wachstumsrate mit steigendem v steigen.

Dagegen hätte dieser Umstand ein sinkendes Wachstum im Sektor 1 zur Folge, wie aus

(IV.29)

$$\delta_1(t+1) - \delta_1(t) = \left[\frac{1}{v(t)} - \frac{1}{v(t-1)} \right] \cdot \frac{b_{12} + \frac{(a_{12}+b_{12})b_{22}}{1-a_{22}-b_{22}-k(1-a_{12}-a_{22})}}{b_{11} - (1-a_{11}) + \frac{(a_{12}+b_{12})(1-a_{11})k}{1-a_{22}-b_{22}-k(1-a_{12}-a_{22})}}$$

zu entnehmen ist, da $\frac{1}{v(t)} < \frac{1}{v(t-1)}$.

Die Wachstumsraten beider Sektoren bewegen sich also aufeinander zu. Dies trifft auch für den umgekehrten Fall, wenn Sektor 1 schneller expandiert als Sektor 2, zu, wie aus den beiden Gleichungen leicht zu erkennen ist. Die Wachstumsrate des Sektors 1 sinkt gemäß (IV.28), da $v(t) < v(t-1)$. Entsprechend (IV.29) steigt hingegen die Wachstumsrate im Sektor 1, da $\frac{1}{v(t)} > \frac{1}{v(t-1)}$.

Dieser Prozeß gegenläufiger Wachstumsänderungen setzt sich solange fort, bis beide Wachstumsraten einander gleich sind. Dann bleibt die Relation v im Zeitablauf konstant und beide sektoralen Wachstumsraten unverändert. Im Vergleich zu Harrods Ein-Sektor-Modell, in dem die Gleichgewichtsrates von Anfang an zur Aufrechterhaltung eines stetigen Wachstums realisiert sein muß, zeigt sich, daß im Rahmen eines sektoralen Gleichgewichtssystems Wachstumsstabilität durch Angleichung unterschiedlicher sektoraler Wachstumsraten erreicht wird. Stetiges Wachstum der Gesamtwirtschaft herrscht erst dann, wenn diese Angleichung zu einem "balanced growth" aller Sektoren führt. Sektoriale Wachstumsunterschiede sind umso geringer und verschwinden umso schneller, je höher der Grad der Verflechtung. Die für beide Sektoren gemeinsame Rate eines stetigen Wachstums ergibt sich folglich in Abhängigkeit von den Verflechtungskoeffizienten, der Konsumquote und der Ausgangssituation zu: ¹⁾

(IV.30)

$$\delta = \frac{b_{11} \cdot v + b_{12}}{\sqrt{b_{11} - (1-a_{11})} \cdot v + a_{12} + b_{12}} = \frac{b_{22}}{\sqrt{(1-a_{11})v + (1-a_{12}-a_{22})} \cdot k + (1-a_{22}-b_{22})}$$

$$\text{mit } v = \text{konstant} \left(= \frac{x_1(0)}{x_2(0)} = \frac{x_1(t)}{x_2(t)} \right).$$

Die These von der Instabilität des Wachstums im Gleichgewicht auf makroökonomischer Basis muß unter strukturellem Aspekt erheblich eingeschränkt und zugleich modifiziert

1) Vgl. Anhang X.

werden. Die Gleichgewichtsrate selbst ist zwar durch die Höhe und Struktur der intra- wie intersektoralen Intermediär- und Investitionsnachfrage, durch die Höhe der Konsumquote und durch die Größenverhältnisse der einzelnen Sektoren eindeutig determiniert. Sie weist aber einen hohen Grad an Stabilität auf, da Abweichungen von der für beide Sektoren gemeinsamen Wachstumsrate aufgrund der Interdependenz selbstkorrigierend wirken.

Durch Umformulierung läßt sich gemäß (IV.30) die Gleichgewichtsrate in Harrods Schreibweise ausdrücken als:

(IV.31)

$$\frac{w_X}{1+w_X} \left[(1-s) (b_{11}^v + b_{12}) + b_{22} \right] = (1-a_{22}) \cdot s$$

Sie ist für eine gegebene Sparquote s folglich umso geringer, je höher das Produktionsvolumen im Sektor der Kapitalgüterproduktion im Vergleich zu dem der Konsumgüterproduktion, je niedriger die Akzeleratoren als Koeffizienten der Investitionsnachfrage und je höher der interne Bedarf im Bereich der Konsumgüterproduktion selbst ist.

E. Die Wachstumswirkungen der intersektoralen Verflechtung

Betrachtet man rückblickend die einzelnen Schritte der Untersuchung, so zeigt sich, daß Harrods Implikationen hinsichtlich der Voraussetzungen eines stetigen und stabilen Gleichgewichtswachstums einerseits wesentlich zu ergänzen, andererseits aber auch erheblich einzuschränken sind, sobald eine Globalanalyse verlassen und Disaggregationen vorgenommen werden.

Harrods Thesen basieren auf einem Kreislaufmodell ohne Berücksichtigung der sektoralen Gliederung einer Wirtschaft und der Verflechtung zwischen den Sektoren untereinander. Die Input-Output-Analyse Leontiefs stellt hingegen ein geeignetes Instrument dar, globale Kreislaufsysteme auf Teilzusammenhänge hin zu disaggregieren und die Bedeutung der Verflechtung für ein stetiges Gleichgewichtswachstum zu ermitteln. Darüber hinaus enthält sie nicht nur die von sämtlichen Vorleistungen bereinigten Kreislaufgrößen der Gesamtwirtschaft, sondern bezieht den Intermediärbedarf der Sektoren in Form einer Verflechtungsmatrix explizit in die Untersuchung mit ein. Dieser wird damit zugleich neben der Investitionsverflechtung und der Endnachfrage zu einer wichtigen Determinanten der sektoralen wie auch gesamtwirtschaftlichen Entwicklung. Die Interpretation der Input-Output-Relationen als Ausdruck sektoraler Angebots-Nachfrage-Gleichgewichte macht es hierbei möglich, Harrods Annahmen über das unternehmerische Investitionsverhalten und das gesamtwirtschaftliche Sparverhalten an jeweils den Stellen auf die sektorale Ebene zu übertragen, wo es sich als sinnvoll erweist. Auf diese Weise kann die Vergleichbarkeit mit Harrods global abgeleiteten Ergebnissen gewährleistet werden.

Durch die Reduktion der Sektoranzahl auf zwei Bereiche wird dabei nicht nur ein möglichst hoher Grad an Überschaubarkeit erhalten, sondern auch die explizite Darstellung der Verflechtungskoeffizienten in ihren jeweiligen Konstellationen möglich. Die in der Literatur verbreitete Verwendung von Multisektoren-Modellen ist an eine Formulierung in Matrix- und Determinantenform gebunden. Ein derartiges Vorgehen läßt jedoch für quantitative Vorstellungen der in ihnen enthaltenen Größen sehr wenig Raum, und es ist "geradezu typisch für komplizierte ökonomische Modelle, daß sie eine hoffnungslose Vielfalt der Aussagen hervorbringen, wenn wir nicht gewisse quantitative Vorstellungen über die verwendeten Parameter in sie einbauen können" (Streissler). Durch Fortschreiten der Eingrenzung der Koeffizienten-Grenzen- und Konstellationen kann der weite Bereich von Entwicklungsmöglichkeiten eingeschränkt werden, wenn eine Annäherung an die Verhältnisse in der Realität erfolgen soll. Schließlich schälen sich diejenigen relevanten Verflechtungsbeziehungen und Koeffizientenkonstellationen heraus, die zugleich kurz- und langfristig ein stetiges Wachstum der Sektoren und der Gesamtwirtschaft implizieren.

Die funktionale Gliederung in jeweils einem Bereich der Konsumgüter- und Kapitalgüter-Produktion machte eine weitere Vereinfachung der komplexen Zusammenhänge möglich. Die Verflechtung zwischen den beiden Bereichen bleibt nunmehr auf die vertikal orientierte einseitige Angebots-Nachfrage-Beziehung von Konsumgüter- zu Kapitalgüter-Sektor beschränkt.

Die Konzeption eines offenen dynamischen Systems läßt dabei zunächst den Einfluß einer autonomen, exogen determinierten Konsum- und Investitions-Nachfrage auf die Art und Höhe der Entwicklung in beiden Bereichen deutlich werden. Es stellt sich heraus, daß - analog zu den

Ergebnissen Samuelsons über das Zusammenwirken von Multiplikator und Akzelerator - vier Entwicklungstypen in den sektoralen Produktionsentwicklungen unterschieden werden können. Nur bestimmte, genau abgegrenzte Koeffizientenkonstellationen sind unter Berücksichtigung der jeweiligen Ausgangssituation mit einem stetigen Wachstumsgleichgewicht in beiden Sektoren unter kurz- wie langfristigem Aspekt kompatibel. Hinzu tritt als wesentliche Voraussetzung einer gesamtwirtschaftlich stetigen Expansion ein gleich hohes Wachstum der autonomen Endnachfrage in beiden Sektoren. Unterschiedliche Entwicklungen der Endnachfrage bewirken über den Verflechtungszusammenhang zumindest kurzfristig Veränderungen des Wachstums im Sektor der Kapitalgüterproduktion. Die Annahme einer stetigen Endnachfrage-Entwicklung vermag jedoch in einer Mehrzahl von Situationen zu einem langfristig stabilen Gleichgewichtswachstum in beiden Sektoren zu führen.

Da im offenen Modell die exogen determinierte Endnachfrage die Rolle eines Wachstumsstabilisators übernimmt, stellt sich die Frage, ob ihre systemendogene Bestimmung, wie sie Harrod seinem Modell auf Keynes aufbauend zugrunde legt, die Entwicklungseigenschaften wesentlich zu ändern vermag. Das kann in einfacher Weise demonstriert werden, indem die Entwicklung der Endnachfrage in Abhängigkeit von der Produktionsentwicklung determiniert wird und der Kapitalgüterbedarf auf den akzeleratorabhängigen Investitionsbedarf sowie die Nachfrage nach kurzfristigem Umlaufkapital beider Sektoren beschränkt wird.

Im Gegensatz zu den bisherigen Ergebnissen zeigt sich hierbei, daß eine stetige Expansion und die Höhe der Gleichgewichtsrates n i c h t unabhängig von der Größenrelation der sektoralen Produktionsniveaus in einer be-

stimmten Ausgangssituation sind. Ein Vergleich der Situationen mit und ohne intersektorale Verflechtung läßt erkennen, daß nur im letzteren Fall Expansionsraten, die jeweils konstantes Wachstum in den Sektoren implizieren, völlig unabhängig von den Produktionsniveaus der Sektoren bestimmt werden können, wie es auch in Harrods Modell für die Gesamtwirtschaft geschieht.

Allgemein ist jedoch - im Gegensatz zu Harrod - die zusätzliche Berücksichtigung der Ausgangswerte der Produktionsniveaus in den Sektoren für eine Determination eines stetigen Expansions-Gleichgewichts im Rahmen eines disaggregierten Modells notwendig. Dabei ergibt sich, daß ein konstantes, aber unterschiedliches Wachstum in den Teilbereichen mit einem gesamtwirtschaftlich stetigen Expansionsgleichgewicht inkompatibel ist. Es führt - auch hier anders als in Harrods System - aufgrund der Verflechtung zwischen den Sektoren zu einer allmählichen Angleichung beider Wachstumsraten. Das "balanced growth" der Sektoren erweist sich somit als wichtigste Voraussetzung eines gesamtwirtschaftlichen Wachstumsgleichgewichts mit konstanter Rate. Die Höhe derselben ist dabei abhängig von der Höhe und Struktur der intersektoralen Verflechtung, der Konsum- bzw. Sparquote und den sektoralen Produktionsniveaurelationen.

Anhang I :¹⁾

Bezeichnet a die Matrix der Verflechtungskoeffizienten:

$$a \equiv \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

und I die Einheitsmatrix:

$$I \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

sowie A die Matrix der Koeffizienten der allgemeinen Lösung:

$$A \equiv \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}$$

so ist A die Inverse der Matrix $(I - a)$, also

$$A = (I - a)^{-1}.$$

Die Koeffizienten A_{ik} der Matrix A lassen sich nach der Cramer'schen Regel mit Hilfe der Determinante Δ und der Ko-Faktoren Δ_{ik} der Matrix $(I - a)$ berechnen:

$$A_{ik} = \frac{\Delta_{ik}}{\Delta}.$$

Dabei wird vorausgesetzt, dass $\Delta \neq 0$.

Die Outputhöhe eines beliebigen Sektors i ergibt somit nach der Cramer'schen Regel:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} \quad \text{mit } \Delta_i \text{ als Determinante der Matrix, in der die Koeffizientenspalte } i \text{ durch den Vektor der Endnachfrage } C \text{ ersetzt wird und } \Delta \neq 0.$$

1) Vgl. dazu Yamane, T., S. 263 ff. und Schumann, J., S. 39ff.

Für den Zwei-Sektor-Fall ergibt sich somit:

$$\begin{bmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1-a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$$

oder: $(I - a) \cdot X = C$.

Dann gilt für X_i :

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$$

oder: $X = (I - a)^{-1} \cdot C$,

d.h.:

$$X_1 = \frac{(1-a_{22})C_1 + a_{12}C_2}{(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}}$$

und

$$X_2 = \frac{a_{21}C_1 + (1-a_{11})C_2}{(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}}.$$

Anhang II :

Für das System:

$$(1-a_{11})X_1(t)-a_{12}X_2(t)-b_{11}[\bar{X}_1(t)-X_1(t-1)] + \\ -b_{12}[\bar{X}_2(t)-X_2(t-1)] = c_1(t)$$

$$-a_{21}X_1(t)+(1-a_{22})X_2(t)-b_{21}[\bar{X}_1(t)-X_1(t-1)] + \\ -b_{22}[\bar{X}_2(t)-X_2(t-1)] = c_2(t)$$

gilt folgender homogener Lösungsansatz:

$$X_1^h(t) = c_1 \delta^t$$

$$X_2^h(t) = c_2 \delta^t .$$

Eingesetzt:

$$(1-a_{11})c_1\delta^t - a_{12}c_2\delta^t - b_{11}c_1\delta^t + b_{11}c_1\frac{\delta^t}{\delta} - b_{12}c_2\delta^t + b_{12}c_2\frac{\delta^t}{\delta} = 0$$

$$-a_{21}c_1\delta^t + (1-a_{22})c_2\delta^t - b_{21}c_1\delta^t + b_{21}c_1\frac{\delta^t}{\delta} - b_{22}c_2\delta^t + b_{22}c_2\frac{\delta^t}{\delta} = 0 .$$

Für $\delta \neq 0$ folgt:

$$c_1[1-a_{11}-b_{11}(1-\frac{1}{\delta})] - c_2[-a_{12} + b_{12}(1-\frac{1}{\delta})] = 0$$

$$-c_1[-a_{21} + b_{21}(1-\frac{1}{\delta})] + c_2[1-a_{22}-b_{22}(1-\frac{1}{\delta})] = 0 .$$

Für nichttriviale, d.h. von Null verschiedene Lösungen muss die Determinante dieses Systems verschwinden (null werden); daraus folgt, wenn $1-\frac{1}{\delta} = \beta$:

$$\beta^2(b_{11}b_{22}-b_{12}b_{21}) - \beta[(1-a_{11})b_{22}+(1-a_{22})b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{21}b_{12}] - \\ - [(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21}] = 0$$

$$\text{bzw. } \beta^2 \cdot A - \beta \cdot B = -C .$$

Daraus ergibt sich :

$$\beta_{1,2} = + \frac{B}{2A} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4A^2} - \frac{4AC}{4A^2}}$$

und :

$$\delta_1 = \frac{2A-B+\sqrt{B^2-4AC}}{2(A-B+C)}$$

$$\delta_2 = \frac{2A-B-\sqrt{B^2-4AC}}{2(A-B+C)} .$$

Für die Niveauelementen folgt entsprechend:

$$\frac{c_{11}}{c_{21}} = \frac{a_{12} + b_{12}\beta_1}{1 - a_{11} - b_{11}\beta_1} = \frac{1 - a_{22} - b_{22}\beta_1}{a_{21} + b_{21}\beta_1} = L_1$$

$$\frac{c_{12}}{c_{22}} = \frac{a_{12} + b_{12}\beta_2}{1 - a_{11} - b_{11}\beta_2} = \frac{1 - a_{22} - b_{22}\beta_2}{a_{21} + b_{21}\beta_2} = L_2 \quad .$$

Die homogene Lösung ergibt sich damit zu:

$$X_1'(t) = c_{11}\delta_1^t + c_{12}\delta_2^t$$

$$X_2'(t) = c_{21}\delta_1^t + c_{22}\delta_2^t \quad .$$

Für die partikuläre Lösung wird folgende Entwicklung der Endnachfrage zugrunde gelegt:

$$\left. \begin{aligned} c_1(t) &= c_1(0) \gamma_1^t \\ c_2(t) &= c_2(0) \gamma_2^t \end{aligned} \right\} \text{mit: } \left. \begin{aligned} \gamma_1 &= 1 + w_1 \\ \gamma_2 &= 1 + w_2 \end{aligned} \right\} \text{als Wachstumsfak-} \\ \text{toren der Endnach-} \\ \text{frage.}$$

Als Lösungsansatz gilt dann:

$$\bar{X}_1(t) = r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t$$

$$\bar{X}_2(t) = r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t \quad .$$

eingesetzt:

$$\begin{aligned} (1 - a_{11})(r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t) - a_{12}(r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t) - b_{11}(r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t) + \\ + b_{11}(r_1\frac{\gamma_1^t}{\gamma_1} + s_1\frac{\gamma_2^t}{\gamma_2}) - b_{12}(r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t) + b_{12}(r_2\frac{\gamma_1^t}{\gamma_1} + s_2\frac{\gamma_2^t}{\gamma_2}) = \\ = c_1(0)\gamma_1^t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -a_{21}(r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t) + (1 - a_{22})(r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t) - b_{21}(r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t) + \\ + b_{21}(r_1\frac{\gamma_1^t}{\gamma_1} + s_1\frac{\gamma_2^t}{\gamma_2}) - b_{22}(r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t) + b_{22}(r_2\frac{\gamma_1^t}{\gamma_1} + s_2\frac{\gamma_2^t}{\gamma_2}) = \\ = c_2(0)\gamma_2^t \quad . \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\gamma_1^t \left[(1-a_{11})r_1 - a_{12}r_2 - b_{11}r_1 + b_{11}r_1 \frac{1}{\gamma_1} - b_{12}r_2 + b_{12}r_2 \frac{1}{\gamma_1} - c_1(0) \right] + \\ \gamma_2^t \left[(1-a_{11})s_1 - a_{12}s_2 - b_{11}s_1 + b_{11}s_1 \frac{1}{\gamma_2} - b_{12}s_2 + b_{12}s_2 \frac{1}{\gamma_2} \right] = 0$$

$$\gamma_1^t \left[-a_{21}r_1 + (1-a_{22})r_2 - b_{21}r_1 + b_{21}r_1 \frac{1}{\gamma_1} - b_{22}r_2 + b_{22}r_2 \frac{1}{\gamma_1} \right] + \\ \gamma_2^t \left[-a_{21}s_1 + (1-a_{22})s_2 - b_{21}s_1 + b_{21}s_1 \frac{1}{\gamma_2} - b_{22}s_2 + b_{22}s_2 \frac{1}{\gamma_2} \right] - c_2(0) = 0.$$

Da $\gamma_1, \gamma_2 \neq 0$, muss der Wert jedes Klammerausdrucks Null sein, d.h. für $1 - \frac{1}{\gamma_1} = \alpha_1$ und $1 - \frac{1}{\gamma_2} = \alpha_2$ gilt:

$$r_1(1-a_{11}-b_{11}\alpha_1) - r_2(a_{12}+b_{12}\alpha_1) = c_1(0) \\ s_1(1-a_{11}-b_{11}\alpha_2) - s_2(a_{12}+b_{12}\alpha_2) = 0 \\ -r_1(a_{21}+b_{21}\alpha_1) + r_2(1-a_{22}-b_{22}\alpha_1) = 0 \\ -s_1(a_{21}+b_{21}\alpha_2) + s_2(1-a_{22}-b_{22}\alpha_2) = c_2(0).$$

Dann ergibt sich für die exogenen Niveauelemente:

$$r_1 = \frac{(1-a_{22}-b_{22}\alpha_1) \cdot c_1(0)}{(1-a_{11}-b_{11}\alpha_1)(1-a_{22}-b_{22}\alpha_1) - (a_{12}+b_{12}\alpha_1)(a_{21}+b_{21}\alpha_1)} \\ s_1 = \frac{(a_{12} + b_{12}\alpha_2) \cdot c_2(0)}{(1-a_{11}-b_{11}\alpha_2)(1-a_{22}-b_{22}\alpha_2) - (a_{12}+b_{12}\alpha_2)(a_{21}+b_{21}\alpha_2)} \\ r_2 = \frac{(a_{21}+b_{21}\alpha_1) \cdot c_1(0)}{(1-a_{11}-b_{11}\alpha_1)(1-a_{22}-b_{22}\alpha_1) - (a_{12}+b_{12}\alpha_1)(a_{21}+b_{21}\alpha_1)} \\ s_2 = \frac{(1-a_{11}-b_{11}\alpha_2) \cdot c_2(0)}{(1-a_{11}-b_{11}\alpha_2)(1-a_{22}-b_{22}\alpha_2) - (a_{12}+b_{12}\alpha_2)(a_{21}+b_{21}\alpha_2)}.$$

Die homogene und partikuläre Lösung ergeben zusammen die allgemeine Lösung des Systems:

$$X_1(t) = X_1'(t) + \bar{X}_1(t) = c_{11}\delta_1^t + c_{12}\delta_2^t + r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t \\ X_2(t) = X_2'(t) + \bar{X}_2(t) = c_{21}\delta_1^t + c_{22}\delta_2^t + r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t.$$

Mit Hilfe der Anfangswerte beider Sektoroutputs lassen sich die absoluten Werte der endogenen Niveau-
veaukomponenten bestimmen:

$$X_1(0) = c_{11} + c_{12} + r_1 + s_1$$

$$X_2(0) = c_{21} + c_{22} + r_2 + s_2$$

und :

$$c_{11} = \frac{L_1(\bar{X}_1(0) - r_1 - s_1) - L_2(X_2(0) - r_2 - s_2)}{L_1 - L_2}$$

$$c_{12} = \frac{L_2(\bar{L}_1(X_2(0) - r_2 - s_2) - (X_1(0) - r_1 - s_1))}{L_1 - L_2}$$

$$c_{21} = \frac{X_1(0) - r_1 - s_1 - L_2(X_2(0) - r_2 - s_2)}{L_1 - L_2}$$

$$c_{22} = \frac{L_1(X_2(0) - r_2 - s_2) - (X_1(0) - r_1 - s_1)}{L_1 - L_2}.$$

Für positive Koeffizientenwerte ist der Wurzelwert reell, d.h. die Differenz $B^2 - 4AC$ ist grösser als Null.

Beweis:

$$\begin{aligned} B^2 - 4AC &= [(1-a_{11})b_{22} + (1-a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{21}b_{12}]^2 + \\ &\quad - 4(b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}) [(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}] \\ &= ((1-a_{11})b_{22})^2 + ((1-a_{22})b_{11})^2 + (a_{12}b_{21})^2 + (a_{21}b_{12})^2 + \\ &\quad + 2(1-a_{11})(1-a_{22})b_{11}b_{22} + 2(1-a_{11})b_{22}a_{12}b_{21} + \\ &\quad + 2(1-a_{11})b_{22}a_{21}b_{12} + 2(1-a_{22})b_{11}a_{12}b_{21} + \\ &\quad + 2(1-a_{22})b_{11}a_{21}b_{12} + 2a_{12}a_{21}b_{12}b_{21} \\ &\quad - 4(1-a_{11})(1-a_{22})b_{11}b_{22} - 4a_{12}a_{21}b_{12}b_{21} \\ &\quad + 4[(1-a_{11})(1-a_{22})b_{12}b_{21} + a_{12}a_{21}b_{11}b_{22}] \\ &= [(1-a_{11})b_{22} - (1-a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21} - a_{21}b_{12}]^2 + \\ &\quad + 4[(1-a_{11})b_{22}a_{12}b_{21} + (1-a_{22})b_{11}a_{21}b_{12} + \\ &\quad + (1-a_{11})(1-a_{22})b_{12}b_{21} + a_{12}a_{21}b_{11}b_{22}]. \end{aligned}$$

Der erste Klammerausdruck ist ein Quadrat und alle anderen Werte sind für $a_{ik} < 1$ positiv.

Anhang III :¹⁾

(a) Voraussetzung: $A > 0, B > 0, C > 0$.

Behauptung: Ist $2A - B - \sqrt{B^2 - 4AC} > 0$, so folgt

$$A - B + C > 0.$$

Beweis: $2A - B - \sqrt{B^2 - 4AC} > 0$

$$2A - B > \sqrt{B^2 - 4AC} \quad /^2$$

$$4A^2 - 4AB + B^2 > B^2 - 4AC \quad / -B^2$$

$$4A^2 - 4AB > -4AC \quad / :4A$$

$$A - B > -C \quad \text{bzw.} \quad A - B + C > 0.$$

(b) Voraussetzung: $A > 0, B > 0, C > 0$.

Behauptung: Ist $2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC} > 0$ so kann

$$A - B + C \geq 0 \text{ sein.}$$

Beweis:

$$(1) \begin{array}{lll} a_{11}=0.2 & b_{11}=3.0 & A = 0.75 \\ a_{12}=0.3 & b_{12}=3.5 & B = 6.50 \\ a_{21}=0.5 & b_{21}=1.5 & C = 0.57 \\ a_{22}=0.1 & b_{22}=2.0 & \end{array}$$

$$2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC} = 1.36 \quad \text{und} \quad A - B + C = -5.18$$

$$(2) \begin{array}{lll} a_{11}=0.2 & b_{11}=3.0 & A = 4.00 \\ a_{12}=0.2 & b_{12}=2.0 & B = 4.10 \\ a_{21}=0.1 & b_{21}=1.0 & C = 0.54 \\ a_{22}=0.3 & b_{22}=2.0 & \end{array}$$

$$2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC} = 6.75 \quad \text{und} \quad A - B + C = 0.44$$

(c) Voraussetzung: $A > 0, B > 0, C > 0$.

Behauptung: Ist $2A - B - \sqrt{B^2 - 4AC} < 0$, dann ist

$$A - B + C < 0.$$

Beweis: Annahme: $A - B + C > 0$, d.h.

$$A + C > B \quad /^2$$

$$A^2 + 2AC + C^2 > B^2 \quad / -4AC$$

$$A^2 - 2AC + C^2 > B^2 - 4AC \quad / \sqrt{}$$

$$A - C > \sqrt{B^2 - 4AC} \quad / +A - B$$

$$2A - B - \sqrt{B^2 - 4AC} > A - B + C$$

Daraus folgt, dass für $A - B + C > 0$ auch

$$2A - B - \sqrt{B^2 - 4AC} > 0 \quad \text{und damit auch} \quad 2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC} > 0.$$

1) Entsprechend Anhang II wird für alle Koeffizienten $0 < a_{ik} < 1$ und $b_{ik} > 0$ ein positiver Wert von $B^2 - 4AC$ unterstellt.

(d) Voraussetzung: $A > 0, B > 0, C > 0$.

Behauptung: Ist $2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC} < 0$, so muss

$A - B + C > 0, C > A$ und $2C > B$ sein.

Beweis: $2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC} < 0$

$$\sqrt{B^2 - 4AC} < B - 2A \quad /^2$$

$$B^2 - 4AC < B^2 - 4AB + 4A^2 \quad / -B^2$$

$$-4AC < -4AB + 4A^2 \quad / :4A$$

$$-C < -B + A$$

$$A - B + C > 0.$$

Da $B > 2A$ sein muss, gilt auch $C > A$ und $2C > B$, d.h.:

$$2[(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}] > (1-a_{11})b_{22} + (1-a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{21}b_{12}$$

oder:

$$(1-a_{11})[\bar{a}_{22} + b_{22} - 1] + (1-a_{22})[\bar{a}_{11} + b_{11} - 1] + a_{12}(a_{21} + b_{21}) + a_{21}(a_{12} + b_{12}) < 0.$$

Da zugleich $A > 0$ vorausgesetzt worden war, d.h.

$b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} > 0$, müssen in diesem Fall alle Koeffizienten extrem niedrige Werte aufweisen, damit obige Ungleichung erfüllt ist. Deshalb soll er als nicht repräsentativ und implausibel ausgeschlossen bleiben, da die Ausdrücke in den eckigen Klammern nur für sehr geringe Werte der Koeffizienten b_{ii} negativ werden können und diese ~~sen~~ durch geringe Werte der Koeffizienten a_{ik}, b_{ik} ($i \neq k$) überkompensiert werden.

(e) Voraussetzung: $A < 0, B > 0, C > 0$.

Behauptung: $A - B + C < 0$.

Beweis: $|A| + B - C > 0$, da

$$a_{11}b_{21} - b_{11}b_{22} + (1-a_{11})b_{22} + (1-a_{22})b_{22} + a_{12}b_{21} + a_{21}b_{12} + (1-a_{11})(1-a_{22}) + a_{12}a_{21} > 0,$$

oder:

$$b_{12}b_{21} - b_{11}b_{22} + (1-a_{11})[\bar{a}_{22} + b_{22} - 1] + (1-a_{22})b_{11} + a_{12}(a_{21} + b_{21}) + a_{21}b_{12} > 0.$$

Vgl. dazu die Beweisführung in (d).

(f) Voraussetzung: $A < 0, B > 0, C > 0$.

Behauptung: $2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC} < 0$.

Beweis: Annahme: $2A - B + \sqrt{B^2 - 4AC} > 0$, d.h.

$$\sqrt{B^2 + 4/A/C} > 2/A/ + B \quad / \quad ^2$$

$$B^2 + 4/A/C > 4A^2 + 4/A/B + B^2 \quad / \quad -B^2$$

$$4/A/C > 4A^2 + 4/A/B \quad / \quad : 4/A/$$

$$C > /A/ + B.$$

$/A/ + B - C$ ist jedoch gemäss (e) > 0 .

Anhang IV :

Für das inhomogene System:

$$\begin{aligned} (1-a_{11})X_1(t)-a_{12}X_2(t)-b_{11}\overline{X}_1(t)-X_1(t-1)-b_{12}\overline{X}_2(t)-X_2(t-1) &= c_1(t) \\ (1-a_{22})X_2(t)-b_{22}\overline{X}_2(t)-X_2(t-1) &= c_2(t) \end{aligned}$$

gilt als Ansatz der homogenen Lösung:

$$X_1'(t) = c_1 \delta^t$$

$$X_2'(t) = c_2 \delta^t$$

Eingesetzt:

$$\begin{aligned} (1-a_{11})c_1\delta^t - a_{12}c_2\delta^t - b_{11}c_1\delta^t + b_{11}c_1\frac{\delta^t}{\delta} - b_{12}c_2\delta^t + b_{12}c_2\frac{\delta^t}{\delta} &= 0 \\ (1-a_{22})c_2\delta^t - b_{22}c_2\delta^t + b_{22}c_2\frac{\delta^t}{\delta} &= 0. \end{aligned}$$

Für $\delta \neq 0$ und $1-\frac{1}{\delta} = \beta$ folgt:

$$(1-a_{11}-b_{11}\beta)c_1 - (a_{12}+b_{12}\beta)c_2 = 0$$

$$0 \cdot c_1 + (1-a_{22}-b_{22}\beta)c_2 = 0$$

Für nichttriviale, d.h. von Null verschiedene Lösungen muss auch hier die Determinante verschwinden, d.h.:

$$(1-a_{11}-b_{11}\beta)(1-a_{22}-b_{22}\beta) = 0$$

Dies folgt auch aus:

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{1-a_{11}-b_{11}\beta}{a_{12}+b_{12}\beta} = 0 \quad \left[= \frac{0}{1-a_{22}-b_{22}\beta} \right]$$

Dann ergibt sich:

$$\beta_1 = \frac{1-a_{11}}{b_{11}} \quad \text{und} \quad \delta_1 = \frac{b_{11}}{b_{11}-(1-a_{11})}$$

$$\beta_2 = \frac{1-a_{22}}{b_{22}} \quad \text{und} \quad \delta_2 = \frac{b_{22}}{b_{22}-(1-a_{22})}$$

Eingesetzt:

$$c_1 \cdot 0 - c_2(a_{12}+b_{12}\beta_1) = 0$$

$$\begin{aligned} \text{oder} \quad c_{11} &= \text{beliebig} \\ c_{21} &= 0 \end{aligned}$$

und

$$c_1 (1-a_{11}-b_{11}\beta_2) - c_2 (a_{12}+b_{12}\beta_2) = 0$$

$$\frac{c_{12}}{c_{22}} = \frac{a_{12}+b_{12}\beta_2}{1-a_{11}-b_{11}\beta_2}$$

Die homogene Lösung lautet dann:

$$X_1^h(t) = c_{11}\delta_1^t + c_{12}\delta_2^t$$

$$X_2^h(t) = c_{22}\delta_2^t$$

Für die partikuläre Lösung gilt wiederum:

$$\left. \begin{aligned} G_1(t) &= G_1(0) \cdot \gamma_1^t & \text{mit: } \gamma_1 &= 1+w_1 \\ G_2(t) &= G_2(0) \cdot \gamma_2^t & \text{mit: } \gamma_2 &= 1+w_2 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{als Wachstumsfak-} \\ \text{toren der Endnach-} \\ \text{frage.} \end{array}$$

Als Lösungsansatz gilt dann:

$$\bar{X}_1(t) = r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t$$

$$\bar{X}_2(t) = r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t.$$

Eingesetzt:

$$\begin{aligned} & (1-a_{11})(r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t) - a_{12}(r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t) - b_{11}(r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t) + \\ & + b_{11}(r_1\frac{\gamma_1^t}{\gamma_1} + s_1\frac{\gamma_2^t}{\gamma_2}) - b_{12}(r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t) + b_{12}(r_2\frac{\gamma_1^t}{\gamma_1} + s_2\frac{\gamma_2^t}{\gamma_2}) = G_1(0)\gamma_1^t \\ & (1-a_{22})(r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t) - b_{22}(r_2\gamma_1^t + s_2\gamma_2^t) + b_{22}(r_2\frac{\gamma_1^t}{\gamma_1} + s_2\frac{\gamma_2^t}{\gamma_2}) = G_2(0)\gamma_2^t. \end{aligned}$$

Daraus folgt bei $1-\frac{1}{\gamma_1} = \alpha_1$ und $1-\frac{1}{\gamma_2} = \alpha_2$:

$$\begin{aligned} \gamma_1^t \left[(1-a_{11}-b_{11}\alpha_1)r_1 - (a_{12}+b_{12}\alpha_1)r_2 - G_1(0) \right] + \\ + \gamma_2^t \left[(1-a_{11}-b_{11}\alpha_2)s_1 - (a_{12}+b_{12}\alpha_2)s_2 \right] &= 0 \end{aligned}$$

$$\gamma_1^t \left[(1-a_{22}-b_{22}\alpha_1)r_2 \right] + \gamma_2^t \left[(1-a_{22}-b_{22}\alpha_2)s_2 - G_2(0) \right] = 0.$$

Für $\gamma_1, \gamma_2 \neq 0$ müssen die Klammerausdrücke Null werden.
Daraus folgt :

$$r_1 = \frac{1}{1-a_{11}-b_{11}\alpha_1} \cdot c_1(0)$$

$$s_1 = \frac{a_{12}+b_{12}\alpha_2}{1-a_{22}-b_{22}\alpha_2} \cdot \frac{1}{1-a_{22}-b_{22}\alpha_2} \cdot c_2(0)$$

$$r_2 = 0$$

$$s_2 = \frac{1}{1-a_{22}-b_{22}\alpha_2} \cdot c_2(0) .$$

Die homogene und partikuläre Lösung ergeben zusammen die allgemeine Lösung des Systems :

$$X_1(t) = c_{11}\delta_1^t + c_{12}\delta_2^t + r_1\gamma_1^t + s_1\gamma_2^t$$

$$X_2(t) = c_{22}\delta_2^t + s_2\gamma_2^t .$$

Mit Hilfe der Anfangswerte errechnen sich die endogenen Niveauelementen zu :

$$c_{11} = X_1(0) - \frac{a_{12} + b_{12}\beta_2}{1-a_{11}-b_{11}\beta_2} [X_2(0) - s_2] - r_1 - s_1$$

$$c_{12} = \frac{a_{12} + b_{12}\beta_2}{1-a_{11}-b_{11}\beta_2} [X_2(0) - s_2]$$

$$c_{22} = X_2(0) - s_2 .$$

Anhang V :

Für die Wachstumsrate w_{X2} des Sektors 2 folgt aus der Systemlösung:

$$w_{X2} = \frac{X_2(t) - X_2(t-1)}{X_2(t-1)} = \frac{c_{22}\delta_2^{t-1}(\delta_2-1) + s_2\gamma_2^{t-1}(\gamma_2-1)}{c_{22}\delta_2^{t-1} + s_2\gamma_2^{t-1}}.$$

Konstanz der Wachstumsrate (stetiges Wachstum) ist prinzipiell möglich, wenn

$$1. \quad \delta_2 = 0, \text{ d.h. } \frac{b_{22}}{b_{22} - (1-a_{22})} = 0.$$

Diese Möglichkeit ist ausgeschlossen für $b_{22} > 0$.

$$2. \quad \delta_2 = \gamma_2, \text{ d.h.}$$

$$\frac{b_{22}}{b_{22} - (1-a_{22})} = \gamma_2 \text{ oder } \frac{b_{22}}{1-a_{22}} = \frac{\gamma_2}{\gamma_2-1}.$$

Wachstum der Endnachfrage setzt jedoch $\gamma_2 > 1$ voraus. Die unterstellten Koeffizientenwerte sind damit unvereinbar, da $b_{22} < 1-a_{22}$.

$$3. \quad c_{22} = 0. \text{ Für } w_{X2} \text{ gilt dann :}$$

$$w_{X2} = \frac{s_2\gamma_2^{t-1}(\gamma_2-1)}{s_2\gamma_2^{t-1}} = \gamma_2-1.$$

In diesem Fall wächst die Produktion im Sektor 2 mit der (konstanten) Rate der Endnachfrage.

$$4. \quad s_2 = 0, \text{ d.h. } \frac{1}{1-a_{22}-b_{22}\alpha_2} \cdot c_2(0) = 0.$$

Dies würde unabhängig von dem Wert der Niveauelemente c_{22} infolge des negativen Wertes von δ_2 zu ständigen Schwankungen mit wachsender Amplitude in der Produktion des Sektors 2 führen.

A n h a n g VI :

Für w_{X1} als Wachstumsrate des Sektors 1 gilt:

$$w_{X1} = \frac{X_1(t) - X_1(t-1)}{X_1(t-1)} = \frac{c_{11}\delta_1^{t-1}(\delta_1-1) + r_1\gamma_1^{t-1}(\gamma_1-1) + s_1\gamma_2^{t-1}(\gamma_2-1)}{c_{11}\delta_1^{t-1} + r_1\gamma_1^{t-1} + s_1\gamma_2^{t-1}} .$$

Stetiges Wachstum (Konstanz der Wachstumsrate) ist nur möglich, wenn $\gamma_1 = \gamma_2$ und $c_{11} = 0$. Der Fall $\delta_1 = \gamma_1 = \gamma_2$ ist ausgeschlossen.

Beweis: Bei Gleichgewicht und Konstanz der Wachstumsrate w_{X1} gilt:

$$(1-a_{11})X_1(t-1)(1+w_{X1}) - a_{12}X_2(t-1)(1+w_{X2}) - b_{11}X_1(t-1)w_{X1} + \\ - b_{12}X_2(t-1)w_{X2} - c_1(t-1)\gamma_1 = 0$$

oder, da $w_{X2} = \gamma_2 - 1$:

$$b_{11} = \frac{(1-a_{11})(1+w_{X1})}{w_{X1}} \cdot \frac{X_2(t-1)}{X_1(t-1)} \cdot \frac{a_{12}\gamma_2}{w_{X1}} + \frac{b_{12}(\gamma_2-1)}{w_{X1}} \cdot \frac{c_1(t-1)\gamma_1}{X_1(t-1)w_{X1}} .$$

Für $c_{11} \neq 0$ und $\delta_1 = \gamma_1 = \gamma_2$ gilt jedoch :

$$\delta_1 = \frac{b_{11}}{b_{11} - (1-a_{11})} = 1 + w_{X1} \quad \text{und} \quad w_{X1} = \frac{1-a_{11}}{b_{11} - (1-a_{11})} ;$$

eingesetzt folgt für

$$b_{11} = b_{11} - \frac{b_{11}}{1-a_{11}} \cdot \frac{c_1(t-1)}{X_1(t-1)} + \frac{X_2(t-1)}{X_1(t-1)} (a_{12} + b_{12} \frac{1-a_{11}}{b_{11}}) .$$

Da $b_{11} > 0$ und $0 < a_{11} < 1$, ist der zweite Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung ungleich Null. δ_1 kann daher nicht gleich $\gamma_1 (= \gamma_2)$ sein.

Anhang VII :

Das System :

$$(1-a_{11})X_1(t)-a_{12}X_2(t)-b_{11}\overline{X}_1(t)-X_1(t-1)-b_{12}\overline{X}_2(t)-X_2(t-1)=0$$

$$(1-a_{22})X_2(t)-b_{22}\overline{X}_2(t)-X_2(t-1)-k Y(t) = 0$$

mit $Y(t) = (1-a_{11})X_1(t) + (1-a_{12}-a_{22})X_2(t)$

hat folgenden Lösungsansatz:

$$X_1(t) = c_1 \delta^t$$

$$X_2(t) = c_2 \delta^t .$$

Eingesetzt:

$$(1-a_{11})c_1\delta^t - a_{12}c_2\delta^t - b_{11}c_1\delta^{t(1-\frac{1}{\delta})} - b_{12}c_2\delta^{t(1-\frac{1}{\delta})} = 0$$

$$-k(1-a_{11})c_1\delta^t + (1-a_{22})c_2\delta^t - b_{22}c_2\delta^{t(1-\frac{1}{\delta})} - k(1-a_{12}-a_{22})c_2\delta^t = 0.$$

Daraus folgt, wenn $1-\frac{1}{\delta} = \beta$:

$$(1-a_{11}-b_{11}\beta)c_1 - (a_{12} + b_{12}\beta)c_2 = 0$$

$$-k(1-a_{11})c_1 + (1-a_{22}-b_{22}\beta-k(1-a_{12}-a_{22}))c_2 = 0 .$$

Für nichttriviale Lösungen muss die Determinante verschwinden (Null werden) :

$$\delta^2 (1-a_{11}-b_{11})(1-a_{22}-b_{22}) - k(1-a_{11})(1-a_{22}) - k(1-a_{11})b_{12} + \\ + k(1-a_{12}-a_{22})b_{11} - \delta (2b_{11}b_{22} - (1-a_{11})b_{22} - (1-a_{22})b_{11} + \\ - k(1-a_{11})b_{12} + k(1-a_{12}-a_{22})b_{11}) = - b_{11}b_{22}$$

$$\text{oder : } \delta^2 (A-B+C) - \delta (2A-B) = -A ,$$

$$\text{mit : } A = b_{11}b_{22}$$

$$B = (1-a_{11})b_{22} + (1-a_{22})b_{11} + k(1-a_{11})b_{12} - (1-a_{12}-a_{22})b_{11}$$

$$C = (1-a_{11})(1-a_{22})(1-k) .$$

Die Wachstumsfaktoren ergeben sich zu:

$$\delta_1 = \frac{2A-B+\sqrt{B^2-4AC}}{2(A-B+C)} \quad \text{und} \quad \delta_2 = \frac{2A-B-\sqrt{B^2-4AC}}{2(A-B+C)}$$

Beide Faktoren sind reell, da die Differenz unter der Wurzel positiv ist. (Beweis analog zu Anhang II).

Für die relativen Werte der Niveauelementen gilt:

$$\frac{c_{11}}{c_{21}} = \frac{a_{12} + b_{12}\beta_1}{1-a_{11}-b_{11}\beta_1} = \frac{1-a_{22}-b_{22}\beta_1-k(1-a_{12}-a_{22})}{k(1-a_{11})}$$

$$\frac{c_{12}}{c_{22}} = \frac{a_{12} + b_{12}\beta_2}{1-a_{11}-b_{11}\beta_2} = \frac{1-a_{22}-b_{22}\beta_2-k(1-a_{12}-a_{22})}{k(1-a_{11})}$$

Damit ergibt sich die allgemeine Lösung zu :

$$X_1(t) = c_{11}\delta_1^t + c_{12}\delta_2^t$$

$$X_2(t) = c_{21}\delta_1^t + c_{22}\delta_2^t .$$

Für die Anfangswerte folgt daraus:

$$X_1(0) = c_{11} + c_{12}$$

$$X_2(0) = c_{21} + c_{22}$$

und für die Niveauelementen der allgemeinen Lösung entsprechend:

$$c_{11} = \frac{(a_{12}+b_{12}\beta_1)\sqrt{X_1(0)(1-a_{11}-b_{11}\beta_2)-X_2(0)(a_{12}+b_{12}\beta_2)}-7}{\sqrt{(1-a_{11})b_{12}+a_{12}b_{11}}-7(\beta_1-\beta_2)}$$

$$c_{12} = \frac{(a_{12}+b_{12}\beta_2)\sqrt{X_2(0)(a_{12}+b_{12}\beta_1)-X_1(0)(1-a_{11}-b_{11}\beta_1)}-7}{\sqrt{(1-a_{11})b_{12}+a_{12}b_{11}}-7(\beta_1-\beta_2)}$$

$$c_{21} = \frac{(1-a_{11}-b_{11}\beta_1)\sqrt{X_1(0)(1-a_{11}-b_{11}\beta_2)-X_2(0)(a_{12}+b_{12}\beta_2)}-7}{\sqrt{(1-a_{11})b_{12}+a_{12}b_{11}}-7(\beta_1-\beta_2)}$$

$$c_{22} = \frac{(1-a_{11}-b_{11}\beta_2)\sqrt{X_2(0)(a_{12}+b_{12}\beta_1)-X_1(0)(1-a_{11}-b_{11}\beta_1)}-7}{\sqrt{(1-a_{11})b_{12}+a_{12}b_{11}}-7(\beta_1-\beta_2)}$$

Anhang VIII :

(a) Voraussetzung: $A > 0, B > 0, C > 0$.

Behauptung: Ist $B-A-C > 0$, dann ist $B-2A+\sqrt{B^2-4AC} > 0$.

Beweis: $B-A-C > 0$

$$B > A+C \quad /^2$$

$$B^2 > A^2+2AC+C^2 \quad /-4AC$$

$$B^2-4AC > A^2-2AC+C^2 \quad / \sqrt{}$$

$$\sqrt{B^2-4AC} > + (A-C)$$

$$\sqrt{B^2-4AC} > A-C \quad /+B-2A$$

$$B-2A+\sqrt{B^2-4AC} > B-A-C$$

$$\frac{B-2A+\sqrt{B^2-4AC}}{2(B-A-C)} > \frac{1}{2} > 0.$$

Behauptung: Ist $B-A-C > 0$, dann ist $B-2A+\sqrt{B^2-4AC} < 0$.

Beweis: Ist $B-2A+\sqrt{B^2-4AC} > 0$, d.h.

$$B-2A > \sqrt{B^2-4AC} \quad /^2$$

$$B^2-4AB+4A^2 > B^2-4AC \quad /-B^2$$

$$4A(-B+A) > 4A(-C) \quad / : 4A$$

dann muß $B-A-C < 0$ sein.

Das widerspricht jedoch der Voraussetzung.

(b) Voraussetzung: $A > 0, B > 0, C > 0$.

Behauptung: Ist $B-A-C > 0$, so ist $B-2A+\sqrt{B^2-4AC} > (B-A-C)2$.

Beweis: $-A > -B+C \quad /4C$

$$-4AC > -4BC+4C^2 \quad /+B^2$$

$$B^2-4AC > B^2-4BC+4C^2 \quad / \sqrt{}$$

$$\sqrt{B^2-4AC} > + (B-2C) \quad /+B-2A$$

$$B-2A+\sqrt{B^2-4AC} > 2B-2A-2C$$

$$\frac{B-2A+\sqrt{B^2-4AC}}{2(B-A-C)} > 1.$$

A n h a n g IX :

Gleichgewicht in jeder Periode ist gewahrt, wenn :

$$(1-a_{11}-b_{11})X_1(t-1)\delta_1+b_{11}X_1(t-1)-(a_{12}+b_{12})X_2(t-1)\delta_2+ \\ + b_{12}X_2(t-1) = 0$$

$$-k(1-a_{11})X_1(t-1)\delta_1+\sqrt{1-a_{22}-b_{22}-k(1-a_{12}-a_{22})}\sqrt{X_2(t-1)\delta_2+} \\ +b_{22}X_2(t-1) = 0 .$$

Daraus folgt, wenn $v(t) = \frac{X_1(t)}{X_2(t)}$ bezeichnet :

$$\delta_1 = \frac{b_{11} + \frac{1}{v(t-1)} \sqrt{b_{12}} + \frac{b_{22}(a_{12} + b_{12})}{1-a_{22}-b_{22}-k(1-a_{12}-a_{22})} \sqrt{}}{b_{11} - (1-a_{11}) + \frac{k(1-a_{11})(a_{12}+b_{12})}{1-a_{22}-b_{22}-k(1-a_{12}-a_{22})} \sqrt{}}$$

$$\delta_2 = \frac{b_{11} \cdot v(t-1) + b_{12} - \frac{b_{11} - (1-a_{11})}{k(1-a_{11})}}{a_{12}+b_{12} + \frac{b_{11} - (1-a_{11})}{k(1-a_{11})} \sqrt{1-a_{22}-b_{22}-k(1-a_{12}-a_{22})} \sqrt{}}$$

Anhang X :

Soll die Wachstumsrate in beiden Sektoren gleich und konstant sein, so herrscht in jeder Periode Gleichgewicht, wenn:

$$(1-a_{11}-b_{11})X_1(0)\delta-(a_{12}+b_{12})X_2(0)\delta+b_{11}X_1(0)+b_{12}X_2(0) = 0$$

$$-k(1-a_{11})X_1(0)\delta+\sqrt{1-a_{22}-b_{22}}-k(1-a_{12}-a_{22})-\sqrt{X_2(0)\delta+b_{22}X_2(0)}=0,$$

oder:

$$X_1(0) \sqrt{(1-a_{11}-b_{11})\delta+b_{11}} = X_2(0) \sqrt{(a_{12}+b_{12})\delta-b_{12}}$$

$$X_1(0) \sqrt{-k(1-a_{11})\delta} = X_2(0) \sqrt{k(1-a_{12}-a_{22})\delta-(1-a_{22}-b_{22})\delta-b_{22}}$$

Daraus folgt:

$$\delta \sqrt{(1-a_{11}-b_{11})X_1(0)-(a_{12}+b_{12})X_2(0)} = -b_{11}X_1(0)-b_{12}X_2(0)$$

$$\text{oder: } \delta = \frac{b_{11}X_1(0) + b_{12}X_2(0)}{(a_{12}+b_{12})X_2(0)-(1-a_{11}-b_{11})X_1(0)}$$

und:

$$\delta \sqrt{-k(1-a_{11})X_1(0)+(1-a_{22}-b_{22})X_2(0)-k(1-a_{12}-a_{22})X_2(0)} =$$

$$= -b_{22}X_2(0)$$

$$\text{oder: } \delta = \frac{b_{22}X_2(0)}{k(1-a_{11})X_1(0)+\sqrt{k(1-a_{12}-a_{22})-(1-a_{22}-b_{22})}X_2(0)}$$

$$\text{Daraus ergibt sich, wenn } v = \frac{X_1(0)}{X_2(0)} :$$

$$\frac{b_{11} \cdot v + b_{12}}{a_{12}+b_{12}-(1-a_{11}-b_{11}) \cdot v} = \frac{b_{22}}{k(1-a_{11}) \cdot v + \sqrt{k(1-a_{12}-a_{22})-(1-a_{22}-b_{22})}}$$

Literaturverzeichnis

Die Literatur sowohl zu den Veröffentlichungen Harrods als auch zur Input-Output-Analyse Leontiefs ist derart umfangreich, daß fast ausschließlich im Text bzw. Anhang zitierte Werke in das Literaturverzeichnis aufgenommen wurden.

Als Bibliographien zur Input-Output-Analyse vgl. :

- | | |
|-------------------------------|--|
| Riley, V. and
Allen, R. L. | Interindustry Economic Studies:
A Comprehensive Bibliography on
Interindustry Research,
Baltimore (Maryland), 1955. |
| Taskier, Ch. E. | Input-Output-Bibliography,
1955 - 1960, U.N.,
New York 1960. |
| - | Input-Output-Bibliography,
1960 - 1963, U.N.,
New York 1964. |
| Viet, J. | Input-Output.Essai de presentation
documentaire du systeme de
W. Leontief, Paris 1966. |

- | | |
|------------------------------------|--|
| Adams, A. A. and
Stewart, J. G. | Input-Output-Analysis:
An Application, in: The Economic
Journal, Vol. 66 (1956),
Seite 442 - 454. |
| Alexander, S. S. | Mr. Harrod's Dynamic Model, in:
The Economic Journal, Vol. 60,
(1950), Seite 724 - 739. |
| Allen, R. L. and
Watson, D. A. | The structure of the Oregon
Economy. An input-output study,
Eugene 1965. |
| Allen, R.G.D. | Macroeconomic Theory. A Mathematical
Treatment, London 1967. |

- Almon, Cl. (1) Numerical Solution of a Modified Leontief Dynamic System for Consistent Forecasting or Indicative Planning, in: *Econometrica*, Vol. 31 (1963), Seite 665 - 678.
- (2) Consistent forecasting in a dynamic multisector model, in: *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 45 (1963), Seite 148 - 162.
- (3) The American Economy to 1975. An interindustry forecast, New York, London 1966.
- (4) Matrix Methods in Economics, London 1967.
- Amano, A. A further Note on Professor Uzawa's Two-Sector Model of Economic Growth, *The Review of Economic Studies*, Vol. 31 (1964), Seite 97 - 102.
- Arrow, K. J. Alternative Proof of the Substitution Theorem for Leontief Models in the General Case, in: Koopmans, T. C., (2).
- Arrow, K. J. and Hoffenberg, M. A Time Series Analysis of Inter-industry Demands, Amsterdam 1959.
- Artle, R. Studies in the Structure of the Stockholm Economy, Stockholm 1959.
- Bacharach, M. - Input-Output-Relationships, 1954 - 1966, London 1963.
- Bates, J. -
- Stone, R.
- Balderston, J. B. and Aggregation in the Input-Output-Model, in: Morgenstern, O. (Ed.).
- Whitin, T. M.
- Barna, T., (Ed.) (1) Structural Interdependence and Economic Development, London 1963.
- , (Ed.) (2) The structural interdependence of the Economy. Proceedings of an international Conference on Input-Output Analysis (Varenna 1954), New York, Mailand 1954.
- Barnett, J. Specific Industry Output Projection, in: National Bureau of Economic Research, (1).

- Bartels, H. -
 Hanisch, G. -
 Lauckner, W. (1) Bericht über die Berechnung der
 Input-Output-Tabellen 1960 für
 die Bundesrepublik Deutschland,
 Statistische Informationen,
 1964, Heft 3.
- (2) Möglichkeiten und Grenzen der Be-
 rechnung von Input-Output-Tabellen
 für die Bundesrepublik Deutschland
 (Dargestellt an einem praktischen
 Beispiel), in: Wirtschaft und
 Statistik, 1965 Heft 2. Seite 69 - 81.
- Baumol, W. (1) Economic Dynamics, 2. Aufl.,
 New York 1959.
- (2) Notes on Some Dynamic Models, in:
 The Economic Journal, Vol. 58 (1948),
 Seite 506 - 521.
- (3) Business Behaviour, Value and Growth,
 New York 1959.
- Bear, D. V. T. A Multi-Sector Model of Balanced
 Growth, in: The Review of Economics
 and Statistics, Vol. 43 (1961),
 Seite 156 - 162.
- Bharadwaj, K. R. A Note on structural Interdependence
 and the Concept of 'Key'-Sector, in:
 Kyklos, Vol. 19 (1966), Seite 315
 bis 319.
- Bössmann, E. Probleme einer dynamischen Theorie
 der Konsumfunktion, Berlin 1957.
- Bombach, G. (1) Art. 'Wirtschaftswachstum', in:
 Handwörterbuch der Sozialwissenschaf-
 ten, Bd. 12, Tübingen/Göttingen 1965,
 Seite 763 bis 801.
- (2) Quantitative und monetäre Aspekte des
 Wirtschaftswachstums, in: Schriften
 des Vereins für Socialpolitik,
 Bd. 15, 1959.
- (3) Kreislauftheorie und Volkswirtschaft-
 liche Gesamtrechnung, in: Jahrbuch
 für Sozialwissenschaft, Bd. 11 (1960),
 Seite 217 bis 242 und Seite 331 bis
 350.

- Brems, H. Stability and Growth, in: The Economic Journal, Vol. 55 (1955), Seite 615 - 625.
- Briggs, F. On Problems of Estimation in Leontief Models, in: Econometrica, Vol. 25 (1957), Seite 444 - 455.
- Cameron, B. (1) The Construction of the Leontief System, in: The Review of Economic Studies, Vol. 19 (1951/52), Seite 19 - 27.
- (2) The Production Function in Leontief Models, in: The Review of Economic Studies, Vol. 20 (1952/53), Seite 62 - 69.
- Chenery, H. B. and Clark, P. Interindustry Economics, New York 1959.
- Christ, C. A Review of Input-Output Analysis, in: National Bureau of Economic Research, (2).
- Dietrich, G. und Stahl, H. Grundzüge der Matrizenrechnung, 4. Aufl., Leipzig 1966.
- Dorfman, R. The Nature and Significance of Input-Output, in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 36 (1954), Seite 121 - 133.
- Dorfman, R. - Samuelson, P. A. - Solow, R. Linear Programming and Economic Analysis, New York, Toronto, London 1958.
- Duesenberry, J. (1) Income, Saving and the Theory of Consumer Behavior, Cambridge (Mass.) 1959.
- Duesenberry, J. (2) Income-Consumption Relations and Their Implications, in: Income, Employment and Public Policy, Essays in Honor of Alvin H. Hansen, New York 1948.
- Duesenberry, J. and Kistin, H. The Role of Demand in the Economic Structure, in: Leontief, W., (9).
- Eckstein, O. The Input-Output-System - Its Nature and Use, in: Morgenstern, O. (Ed.).

- Investment:
 Eisner, R. (1) Fact and Fancy, in: The American Economic Review, Papers and Proceedings, Vol. 52 (1963), Seite 237 - 246.
- (2) A Permanent Income Theory for Investment: Some Empirical Explorations, in: The American Economic Review, Vol. 57 (1967), S. 363 - 390.
- Evans, D. (1) The Effect of Structural Matrix Errors on Interindustry Relations Estimates, in: Econometrica, Vol. 22 (1954), Seite 461 - 480.
- (2) Input-Output-Computations, in: Barna, T. (Ed.) (2).
- Evans, D. and Hoffenberg, M. The Interindustry Relations Study for 1947, in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 34 (1952), Seite 97 - 142.
- Fellner, W. Trends and Cycles in Economic Activity, New York 1956.
- Freytag, G. Probleme der Preisbereinigung in Input-Output-Tabellen, Freiburg i.Br., 1966.
- Frisch, H. Ein Zweisektor-Modell des wirtschaftlichen Wachstums, in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 180 (1967), Seite 463 bis 484.
- Frisch, R. A Complete Scheme for Computing All Direct and Cross Demand Elasticities in a Model with Many Sectors, in: Econometrica, Vol. 27 (1959)
- Georgescu-Roegen, N. Relaxation Phenomena in Linear Dynamic Models, in: Koopmans, T. C., (Ed.), (2).
- Gerfin, H. Langfristige Wirtschaftsprognose, Tübingen 1964.
- Ghosh, A. Experiments with Input-Output-Models. An Application to the Economy of the United Kingdom, 1948 - 1955, Cambridge 1964.
- Grosse, R. N. The Structure of Capital, in: Leontief, W., (9).
- Hahn, F. and Matthews, R.C.D. The Theory of Economic Growth: A Survey, in: The Economic Journal, Vol. 74 (1964), Seite 779 - 891.

- Hamberg, D. Economic Growth and Instability,
New York 1956.
- Harrod, R. F., (1) An Essay in Dynamic Theory, in:
The Economic Journal, Vol. 49 (1939),
Seite 14 - 33.
- (2) Towards a Dynamic Economics, London
1948.
- (3) Notes on Trade Cycle Theory, in:
The Economic Journal, Vol. 61
(1951), Seite 261 - 275.
- Hatanaka, M. The Workability of Input-Output-
Analysis, Ludwigshafen/Rh., 1960.
- Hawkins, D. Some Conditions of Macroeconomic
Stability, in: Econometrica,
Vol. 16 (1948), Seite 309 - 322.
- Helmstädter, E. (1) Die geordnete Input-Output-Struktur,
in: Jahrbücher für Nationalökonomie
und Statistik, Bd. 174 (1962),
Seite 322 bis 361.
- (2) Der Gleichgewichtsbegriff der Wach-
stumstheorie, in: Hoffmann, W. G.
(Hrsg.).
- Higgins, B. (1) The Theory of Increasing Underemploy-
ment, in: The Economic Journal,
Vol. 60 (1950), Seite 255 - 274.
- (2) Interactions of Cycles and Trends,
in: The Economic Journal, Vol. 65
(1955), Seite 594 - 614.
- Hicks, J. R. A Contribution to the Theory of the
Trade Cycle, Oxford 1950.
- Hoffmann, W. G. Beiträge zur Wachstumstheorie,
(Hrsg.) Schriften zur Angewandten Wirtschafts-
forschung, Bd. 14, Tübingen 1969.
- Holley, J. L. A Dynamic Model, Part I, in: Econometri-
ca, Vol. 20 (1952), Seite 616 bis 642;
Part II, in: Econometrica, Vol. 21
(1953), Seite 298 - 324.
- Hopmann, E. Die Periodenanalyse als Theorie der
volkswirtschaftlichen Dynamik,
Berlin 1956.

- Hurwicz, L. Input-Output-Analysis and Economic Structure, in: The American Economic Review, Vol. 45 (1955), Seite 626-636.
- Inada, K. (1) On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization, in: The Review of Economic Studies, Vol. 30 (1962/63), Seite 119 - 127.
- (2) On the Stability of Growth Equilibria in Two-Sector-Models, in: The Review of Economic Studies, Vol. 31 (1964), Seite 127 - 142.
- Input-Output-Relations Proceedings of a Conference on Inter-industrial Relations held at Driebergen, Holland; Leiden (Holland), 1953, ed. by Netherlands Economic Institute.
- Ismar, H. - Die Konsum- und Investitionsfunktion,
Lange, G. - Eine Untersuchung für die Bundes-
v. Schweinitz, H. republik Deutschland, Köln und
Opladen 1962.
- Jahnke, W. Ökonometrische Untersuchungen über ein dynamisches Sektorenmodell für die Bundesrepublik Deutschland, 1951 bis 1960, Berlin 1966, Frankfurter Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Studien, Heft 16.
- Jaksch, H. J. (1) Eine Typisierung Dynamischer Input-Output-Modelle, in: Zeitschrift für Nationalökonomie, Bd. 24 (1964), Seite 403 bis 418.
- (2) Über die Stabilität von Preissystemen in verallgemeinerten Input-Output-Modellen, in: Zeitschrift für die Gesamte Staatswissenschaft, Bd. 122 (1966), Seite 577 bis 586.
- Johansen, L. (1) A Multisectoral Study of Economic Growth, Amsterdam 1960.
- (2) Substitution versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth: A Synthesis, in: Econometrica, Vol. 29 (1959), S. 157 - 176.
- (3) Rules of Thumb for the Expansion of Industries in a Process of Economic Growth, in: Econometrica, Vol. 30 (1960), Seite 258 - 271.

- Jorgenson, D. W. Stability of a Dynamic Input-Output-System, in: The Review of Economic Studies, Vol. 28 (1960/61), Seite 105 - 116.
- Jorgenson, D. W. and Siebert, C. D. A Comparison of Alternativ Theories of Corporate Investment Behavior, in: The American Economic Review, Vol. 58 (1968), Seite 681 - 712.
- Junior, G. (1) Zum Aussagewert von Input-Output-Tabellen, dargestellt am System des Statistischen Amtes der Europäischen Gemeinschaften, Statistische Informationen, 1964 Heft 2.
- (2) Die Produktionsverflechtung und ihre Darstellung in: Umriss einer Wirtschaftsstatisik, Festschrift für P. Flakämper, hrsg. v. A. Blind, Hamburg 1966.
- Kade, G. (1) Wachstumsmodelle, Input-Output-Analyse und Entwicklungsprogrammierung, in: Konjunkturpolitik, Jgg. 10 (1964), Seite 20 bis 80.
- (2) Besprechung zu Morishima, M., (1), in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 180 (1967), Seite 415 bis 417.
- Kaldor, N. Capital Accumulation and Economic Growth, in: The Theory of Capital, hrsg. v. Lutz, F. A. and Hague, D. C., London und New York 1961.
- Mc Kenzie, L. W. An Elementary Analysis of the Leontief Systems, in: Econometrica, Vol. 25 (1957), Seite 456 462.
- Klaus, J. Preisniveau und Wirtschaftswachstum, Tübingen 1969.
- Klein, L. R. On the Interpretation of Professor Leontief's System, in: The Review of Economic Studies, Vol. 20 (1952/53), Seite 131 - 136
- Koopmans, T. C. (1) Alternative Proof of the Substitution Theorem for Leontief Models in the Case of three Industries, in: Koopmans, T. C., (Ed.), (2).
- (Ed.) (2) Activity Analysis of Production and Allocation, Proceedings of a Conference, New York und London 1951.

- Krelle, W. (1) Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung einschließlich Input-Output-Analyse für die Bundesrepublik Deutschland, 2. verb. Aufl., Berlin 1967.
- (2) Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung für die Bundesrepublik Deutschland, Einzelberechnungen, Berlin 1960.
- Kuenne, R. E. Walras, Leontief, and the Interdependence of Economic Activities, in: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 68 (1954), Seite 323 - 354.
- Leontief, W. (1) Static and Dynamic Theory, in: Leontief, W., (9).
- (2) The Structure of American Economy, 1919 - 1939, 3. Aufl., New York 1960.
- (3) Input-Output-Analysis and its Use in Peace and War Economics; Recent Developments in the Study of Inter-industrial Relationships, in: The American Economic Review, Vol. (1949), Papers and Proceedings, Seite 211 - 225.
- (4) 'Einsatz-Ausstoß-Analyse', in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Bd. 3, Tübingen und Göttingen 1961, Seite 83 bis 91.
- (5) Some Basic Problems of Structural Analysis, in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 34 (1952), Seite 1 - 9.
- (6) Input-Output-Analysis and the General Equilibrium Theory, in: Barna, T., (Ed.), (2).
- (7) Lags and stability of dynamic systems, in: Econometrica, Vol. 29 (1961), Seite 659 - 669.
- (8) Lags and stability of dynamic systems, A rejoinder, ebd., Seite 674 bis 675.
- (9) Studies in the Structure of the American Economy, New York 1953.
- u. a.
- (10) Interrelations of prices, output, savings, and investment, in: The Review of Economic Statistics, Vol. 19, (1937), Seite 109 - 132.

- Maneval, H. und Wegner, M. Input-Output-Analyse für die Bundesrepublik Deutschland 1953, in: Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 89 (1962), Seite 310 bis 328.
- Marwede, E. Zum Unternehmerverhalten bei Investitionsentscheidungen. Ziele und Verhaltensweisen als Bestimmungsgründe unternehmerischer Investitionsentscheidungen, Diss. München 1967.
- Mathur, P. N. Output and Investment for exponential growth in consumption - an alternativ formulation and derivation of their technological upper limits, in: The Review of Economic Studies, Vol. 31 (1964), Seite 73 - 76.
- Mertens, D. - Stäglin, R. - Wessels, H. Erstellung von Input-Output-Tabellen im Deutschen Institut für Wirtschaftsforschung, Vierteljahreshefte zur Wirtschaftsforschung, 1965 Heft 3.
- Meyer, J. R. and Kuh, E. Acceleration and related Theories of Investment: An Empirical Inquiry, in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 37 (1955), Seite 217 - 230.
- Miernyk, W. H. The Elements of Input-Output-Analysis, New York 1965.
- Modigliani, F. Fluctuations in the Saving-Income Ratio: A Problem in Economic Forecasting, in: Studies in Income and Wealth, Vol. 11, hrsg. v. National Bureau of Economic Research, New York 1949.
- Morgenstern, O. (Ed.) Economic Activity Analysis, New York, 1954.
- Morishima, M. (1) Equilibrium, Stability and Growth, Oxford 1964.
- (2) A Dynamic Analysis of Structural Change in a Leontief Model, in: Economica, Vol. 25 (1958), Seite 119 - 125.
- (3) Prices, Interest and Profits in a Dynamic Leontief System, in: Econometrica, Vol. 26 (1958), S. 358 - 380.
- (4) Some Properties of a Dynamic Leontief System with a Spectrum of Techniques, in: Econometrica, Vol. 27 (1959), Seite 626 - 637.

- Mukerji, V. Output and investment for exponential growth in consumption. The general solution and some comments, in: The Review of Economic Studies, Vol. 31 (1964), Seite 77 - 82.
- National Bureau of Economic Research (Ed.) (1) Studies in Income and Wealth, Long-Range Economic Projection, Vol. 16, Princeton 1954.
- (2) Studies in Income and Wealth, Input-Output-Analysis; an appraisal, Princeton 1955, Vol. 18
- Neumann, M. Kapitalbildung, Wettbewerb und ökonomisches Wachstum, Berlin - Heidelberg - New York 1968.
- Nikaido, H. (1) Some dynamic phenomena in the Leontief Model of reversely lagged type, in: The Review of Economic Studies, Vol. 29 (1962), Seite 313 - 323.
- (2) Balanced Growth in Multi-sectoral Income Propagation under autonomous Expenditure Schemes, in: The Review of Economic Studies, Vol. 31 (1964), Seite 25 - 42.
- Nyblen, G. The Problem of Summation in Economic Science, Lund 1951.
- Oberhauser, A. Praktische Probleme sektoraler Input-Output-Studien, in: Zeitschrift für die Gesamte Staatswissenschaft, Bd. 116 (1960), Seite 518 bis 539.
- Oppenländer, K. H. Die moderne Wachstumstheorie, 2. Auf., Berlin und München 1968.
- Ott, A. E., (1) Über die Gleichgewichtsbedingungen in einer wachsenden Wirtschaft, in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 173 (1961), S.229 - 240.
- (2) Einführung in die Dynamische Wirtschaftstheorie, Göttingen 1963.
- Platt, H. Input-Output-Analyse, Meisenheim a. G., 1957.
- Raabe, K. H. Statistische Unterlagen für die Erstellung einer Input-Output-Tabelle, in: Allgemeines Statistisches Archiv, Bd. 49 (1965), Seite 246 bis 258.

- Rasmussen, P. N. Studies in Inter-Sectoral Relations, Kopenhagen und Amsterdam 1956.
- Rey, G. and
Tilanus, C. B. Input-Output-Forecasts for the Netherlands 1948 bis 1958, in: *Econometrica*, Vol. 31 (1963), Seite 454 - 463.
- Richter, R. (1) Die Verteilung der Nettoinvestitionen auf die Konsumgüter- und Produktionsmittelindustrie, in: *Zeitschrift für die Gesamte Staatswissenschaft*, Bd. 107 (1951), Seite 460 bis 481.
- (2) 'Harrod-Wachstum' und 'Solow-Wachstum', Ein Vergleich, Ebd., Bd. 121 (1965), Seite 235 bis 263.
- Rose, K. (1) Die Bedeutung des Akzelerationsprinzips für die Dynamisierung des Keynes'schen Systems, in: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Bd. 165 (1953), Seite 321 bis 360.
- (2) Der Erkenntniswert der Wachstumsmodelle, Ebd., Bd. 168 (1956), Seite 321 bis 336.
- (3) Wachstums- und Konjunkturtheorie, *Jahrbuch für Sozialwissenschaft*, Jgg. 1962, Seite 196 bis 238.
- Rott, W. Das Akzelerationsprinzip in einem Zwei-Sektoren-Modell, in: *Zeitschrift für die Gesamte Staatswissenschaft*, Bd. 123 (1967), Seite 264 bis 278.
- Sambach, E. Input-Output-Analyse als Instrument ökonomischer Struktur- und Wachstumsuntersuchungen, *Schriftenreihe der Forschungsstelle der Friedrich-Ebert-Stiftung*, Hannover 1963.
- Samuelson, P. A. (1) Interactions between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration, in: *The Review of Economic Statistics*, Vol. 21 (1939), Seite 75 - 78.
- (2) Abstract of a Theorem Concerning Substitutability in Open Leontief Models, in: Koopmans, T. C., (Ed.), (2).

- Sargan, J. D. (1) The Instability of the Leontief Dynamic Model, in: *Econometrica*, Vol. 26 (1958), Seite 381 - 392.
- (2) Lags and the Stability of Dynamic Systems: A Reply, *Ebd.*, Vol. 29 (1961), Seite 670 - 673.
- Schneider, E. Einführung in die Wirtschaftstheorie, III. Teil, Tübingen 1964, 8. Auf.
- Schumann, J. Input-Output-Analyse, Ökonometrie und Unternehmensforschung, Bd. 10, Berlin - Heidelberg - New York 1968.
- Scientific Conference on Statistical Problems Input-Output-Tables, their Compilation and Use, Budapest 1962.
- Smith, H. M. Uses of Leontief's Open Input-Output-Models, in: Koopmans, T. C. (Ed.), (2).
- Smyth, D. Empirical Evidence on the Acceleration Principle, in: *The Review of Economic Studies*, Vol. 31 (1964), Seite 185-202.
- Solow, R. (1) On the Structure of Linear Models, in: *Econometrica*, Vol. 20 (1952), Seite 29 - 46.
- (2) Note on Uzawa's Two-Sector-Model of Economic Growth, in: *The Review of Economic Studies*, Vol. 29 (1961/62), Seite 48 - 50.
- (3) Competitive Valuation in a dynamic input-output-system, in: *Econometrica*, Vol. 27 (1959), Seite 30 - 53.
- Stone, R. Input-Output and National Accounts, Paris 1961.
- Stone, R. and Brown, J. A. C. Output and Investment for Exponential Growth in Consumption, in: *The Review of Economic Studies*, Vol. 29 (1962), Seite 241 - 245.
- Streibler, E. Was ist Ökonometrie, was will sie und was hat sie bisher geleistet?, in: *Allgemeines Statistisches Archiv*, 46. Bd. (1962), Seite 357 - 373.

- Takayama, A. On a Two-Sector-Model of Economic Growth: A Comparativ Statics Analysis, in: The Review of Economic Studies, Vol. 30 (1963), Seite 95 - 104.
- Tilanus, C. B. - Input-Output-Predictions of Primary Demand, Harkena, R. The Netherlands, 1948 - 1958, in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 48 (1966), Seite 94 - 97.
- Tinbergen, J. Zur Theorie der langfristigen Wirtschafts- entwicklung, in: Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 45 (1942), Seite 511 - 549.
- Tinbergen, J. - Mathematical Models of Economic Growth, Bos, H. C. New York 1962.
- Uzawa, H. (1) On a Two-Sector-Model of Economic Growth, in: The Review of Economic Studies, Vol. 29 (1961/62), Seite 40 - 47.
- (2) On a Two-Sector-Model of Economic Growth, II, Ebd., Vol. 30 (1963), Seite 105 - 118.
- (3) Optimal Growth in a Two-Sector-Model of Capital Accumulation, Ebd., Vol 31 (1964), Seite 1 - 24.
- Vogt, W. Theorie des wirtschaftlichen Wachstums, Vahlens Handbücher der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, hrsg. v. G. Kade, Berlin und Frankfurt/Main 1968.
- Vosgerau, H. J. Ein Zwei-Sektoren-Wachstumsmodell mit exogen bestimmten Input-Koeffizienten, in: Hoffmann, W. G. (Hrsg.).
- Woodbury, M.A. (1) Properties of Leontief-Type Input-Output- Matrices, in: Morgenstern, O. (Ed.).
- (2) Characteristic Roots of Input-Output-Matrices, in: Morgenstern, O. (Ed.).
- Wright, R. Investment Decisions in Industry, London 1964.
- Wuertele, Z. A Note on Some Stability Properties of Leontief's Dynamic Models, in: Econometrica, Vol. 27 (1959), Seite 672 - 675.
- Yamada, I. Theory and Application of Interindustry Analysis, Tokyo 1961.
- Yamane, T. Mathematics for Economists: An Elementary Survey, Englewood Cliffs (N.J.) 1962.

L e b e n s l a u f

Am 21. Juni 1942 wurde ich als Sohn des Gutsverwalters Erwin Hagedorn und seiner Frau Marie-Luise, geb. Belau, in Napolle/Kulm geboren. Nach der Vertreibung aus Westpreußen im Jahre 1945 ließen wir uns in Ziesendorf bei Rostock in Mecklenburg nieder, und ich besuchte vom Sommer 1948 bis zum Herbst 1953 die dortige Volksschule. 1953 flüchteten wir über Berlin in die Bundesrepublik Deutschland.

Von 1954 bis 1961 besuchte ich die St. Albert-Schule in Königstein i. Taunus, ein Humanistisches Gymnasium in Aufbauform. An dieser Schule legte ich im Frühjahr 1961 die Reifeprüfung ab. Anschließend immatrikulierte ich mich an der Wilhelms-Universität Münster. Zum Wintersemester 1962/63 wechselte ich zur Fortsetzung des Studiums an die Albert-Ludwigs-Universität Freiburg. Dort bestand ich im Frühjahr 1966 die Diplom-Prüfung für Volkswirte.

Nach meinem Studium war ich für zwei Semester als Wissenschaftlicher Mitarbeiter von Prof. Dr. J. H. Müller im Institut für Regionalpolitik und Verkehrswissenschaft der Universität Freiburg tätig. Seit dem Sommer 1967 bin ich Verwalter einer Wissenschaftlichen Assistenz bei meinem verehrten Lehrer Prof. Dr. J. Klaus am Volkswirtschaftlichen Seminar der Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät der Friedrich-Alexander-Universität in Erlangen-Nürnberg.

Nürnberg, im Juni 1969

Die erste Aufgabe der Kunst ist es, das Leben des Menschen so darzustellen, wie es ist, nicht wie es sein sollte. Die Kunst ist eine Spiegelung der Wirklichkeit, nicht eine Verklärung derselben. Sie soll dem Betrachter ein klares Bild der Dinge vor Augen stellen, wie sie in der Natur vorfindbar sind. Die Kunst ist eine Wissenschaft, die die Gesetze der Schönheit erforscht und anwendet. Sie ist eine Kunst, die die menschliche Seele berührt und erhebt. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erhebt und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert.

Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert.

Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert. Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert.

Die Kunst ist eine Kunst, die die menschliche Seele erheitert und erheitert.



